

**APPENDICE GRATUITA AL VOLUME 318/5**  
**MINISTERO DELLA PUBBLICA ISTRUZIONE**  
**75 POSTI FUNZIONARIO PER LO SVILUPPO SW,**  
**DELLA RETE E ANALISI STATISTICA**

Le pagine che seguono sostituiscono per intero quelle del volume da 385 a 448 che per un mero errore tipografico risultano errate.

Libro VI: Economia politica

385

---

Sulla base di tali considerazioni Heckscher e Ohlin arrivarono a sostenere che *ogni paese esporta le merci la cui produzione richiede un impiego più intenso del fattore di cui esso abbonda*, mentre attraverso le importazioni provvederà a procurarsi le merci la cui produzione richiede fattori di cui esso scarseggia.

In definitiva, lo scambio dei beni consisterebbe nello *scambio di fattori sovrabbondanti contro fattori scarsi*.

5) Risposta esatta: **C** (Punti 1)

Il **protezionismo** consiste in quell'insieme di politiche commerciali che mirano a limitare l'importazione di prodotti dall'estero o con lo scopo principale di sostenere o proteggere la produzione delle imprese nazionali. Gli strumenti fondamentali del protezionismo sono i *dazi doganali* ma anche le c.d. *barriere non tariffarie*.

6) Risposta esatta: **C** (Punti 2)

Il **dumping** è una politica commerciale che consiste nel vendere all'estero prodotti ad un prezzo inferiore al loro costo di produzione, rinunciando a qualunque profitto o addirittura subendo delle perdite; in questo modo il produttore si assicura un certo grado di penetrazione in un mercato in quanto molte aziende locali non potranno far fronte ad una tale concorrenza.

Per neutralizzare i propositi della politica di *dumping* i paesi possono applicare dei dazi all'importazione che compensino lo scarto tra il prezzo applicato dal produttore estero e quello applicato sullo stesso bene dal produttore del paese importatore.

7) Risposta esatta: **C** (Punti 3)

La teoria del ciclo del prodotto, elaborata dall'economista R. Vernon, schematizza le fasi in cui si articola la vita di un prodotto tecnologicamente nuovo.

Nella fase del declino il prodotto risulta tecnologicamente superato e difficilmente commerciabile nei paesi industrializzati; **l'unico mercato in espansione è quello dei paesi in via di sviluppo.**

8) Risposta esatta: **B** (Punti 2)

La **bilancia dei pagamenti** costituisce lo strumento con cui si attua la registrazione sistematica di tutte le transazioni effettuate dagli operatori residenti in un paese con altri operatori che si trovano al di fuori di esso.

9) Risposta esatta: **B** (Punti 2)

La struttura della bilancia dei pagamenti dei paesi che fanno parte della UE, è cambiata a partire dal 1999, anno in cui è partita l'ultima fase dell'unione economica e monetaria.

Anche l'Italia, in quanto paese membro della CE, dal 1999 si è adeguata alle metodologie stabilite dalla Banca Centrale Europea (BCE) e dall'EUROSAT per la compilazione della bilancia dei pagamenti che a loro volta, applicano i criteri concordati a livello internazionale con la quinta edizione del **Manuale di bilancia dei pagamenti** redatto dal Fondo monetario internazionale (FMI).

La bilancia dei pagamenti risulta suddivisa nel modo seguente:

- conto corrente;
- conto capitale;
- conto finanziario;
- errori ed omissioni.

10) Risposta esatta: **C** (Punti 3)

Il conto corrente si suddivide in:

- **merci**. Rientrano in questa voce le merci in generale, le merci in lavorazione o lavorazioni, le riparazioni, le provviste di bordo e l'oro non monetario;
- **servizi**, che si distinguono a loro volta in trasporti, viaggi e altri (servizi personali e per il governo, servizi informatici e di informazione, altri servizi per le imprese ecc.);
- **redditi**. I redditi sono da **lavoro** quali salari, stipendi ecc., e da **capitale** quali gli incassi che si generano dal possesso di attività finanziarie estere e i pagamenti relativi a passività finanziarie verso non residenti;
- **trasferimenti unilaterali correnti**. Rappresentano la contropartita di cambiamento della proprietà di risorse reali (beni, servizi e redditi) e attività finanziarie tra operatori residenti e non residenti. In fine, i trasferimenti unilaterali correnti possono avere natura pubblica o privata.

11) Risposta esatta: **C** (Punti 2)

Infatti, dato che le registrazioni delle transazioni vengono effettuate con il metodo della partita doppia, dal punto di vista contabile la bilancia dei pagamenti è sempre in pareggio.

Il pareggio contabile, tuttavia, non ha significato ai fini economici, mentre è rilevante stabilire la posizione attiva e passiva del paese nel saldo della bilancia. Quan-

do le entrate in valuta superano le uscite la bilancia registra un avanzo, in caso contrario essa è in **deficit**.

12) Risposta esatta: **B** (Punti 2)

Il **corso del cambio** (o **tasso di cambio**) è dato dal rapporto con il quale la moneta d'un paese si scambia con la moneta di un altro paese.

Si verifica che l'entità del commercio con l'estero influenza il *cambio* e il livello del *cambio* influisce, a sua volta, sull'entità del commercio con l'estero: tra cambio e commercio internazionale esiste, quindi, interdipendenza.

13) Risposta esatta: **C** (Punti 1)

Si hanno **cambi fluttuanti** quando i cambi possono oscillare liberamente in base alla domanda e all'offerta di valuta.

In questo modo, le oscillazioni del cambio e, quindi, del valore della moneta rispetto alle valute estere, permettono di attuare immediatamente l'equilibrio della bilancia dei pagamenti.

È raro, comunque, che le autorità monetarie si disinteressino del tutto del cambio, anche in regime di cambi fluttuanti. Esse devono sorvegliare lo stesso i tassi di cambio per controllare che gli stessi non si allontanino eccessivamente dai livelli giudicati confacenti agli obiettivi di politica economica.

14) Risposta esatta: **B** (Punti 2)

I **cambi fissi** si hanno quando le autorità monetarie stabiliscono una *quotazione ufficiale* del cambio della moneta rispetto alle valute estere. In tal caso, ogni volta che si verifichi una discrepanza tra domanda e offerta di valuta estera, dovuta ad uno squilibrio della bilancia dei pagamenti, le autorità devono intervenire variando le riserve monetarie:

- vendendo valute estere (o oro) contro valuta nazionale, nel caso di *deficit* della bilancia dei pagamenti;
- acquistando valuta estera (o oro) contro valuta nazionale, in caso di *surplus*.

Spesso, però, le autorità monetarie sono costrette a modificare il tasso di cambio mediante svalutazione o rivalutazione della moneta nazionale, in quanto la gravità degli squilibri richiede un impegno troppo gravoso per le riserve del paese.

15) Risposta esatta: **D** (Punti 2)

In regime di **gold standard** ogni moneta aveva una sua *parità metallica fissa*; il valore della moneta corrispondeva, cioè, ad una determinata quantità di oro stabilita dalle autorità monetarie. La moneta cartacea in circolazione era convertibile, in qualunque momento, in oro, per cui si rendeva necessaria la corrispondenza tra la quantità di biglietti di banca in circolazione e le riserve di oro possedute dalla banca centrale.

Con questo sistema di cambi, ancorato alla quantità di oro, il *meccanismo di aggiustamento automatico dei cambi era assicurato dallo scostamento entro i punti dell'oro*; dunque esso risultava essere un regime a cambi fissi.

La risposta C fa riferimento al *gold bullion standard*, sistema monetario basato sulla convertibilità dei biglietti esclusivamente in *verghe auree* e, quindi, solo per somme elevate.

16) Risposta esatta: **D** (Punti 2)

Il **gold exchange standard** era un *sistema monetario a cambio aureo* che rappresentava una variante del *gold standard*: in esso, infatti, la *valuta cartacea nazionale non era convertibile in oro ma solo in valuta straniera (a sua volta convertibile in oro)*. A differenza del *gold standard*, inoltre, il *gold exchange standard* consentiva riserve anche in divise estere e non solo in oro, al fine di ridurre le pressioni su quest'ultimo.

Adottato da diversi paesi nel primo dopoguerra il *gold exchange standard* ebbe la sua formale istituzionalizzazione con gli *accordi di Bretton Woods*. Venne definitivamente abbandonato nel 1971.

17) Risposta esatta: **B** (Punti 3)

Il **FMI** è stato creato con lo scopo di assicurare il rispetto delle norme degli **accordi di Bretton Woods**, per la ricerca di un meccanismo che in qualche modo garantisca la stabilità dei cambi.

Il fondo è dotato di una disponibilità di oro e valute nazionali formate dai contributi dei vari paesi aderenti all'accordo. I paesi che si trovano in difficoltà con la bilancia dei pagamenti hanno facoltà di servirsi dell'assistenza finanziaria del fondo.

18) Risposta esatta: **C** (Punti 3)

Lo **SME-2** è il nuovo accordo di cambio, che ha sostituito lo SME, ed è stato approvato definitivamente nel corso del Consiglio europeo di Amsterdam del 16 giugno 1997. L'accordo ha lo scopo di evitare che le monete non partecipanti all'euro possano deprezzarsi svantaggiando indirettamente le altre economie, nonché favorire il loro graduale avvicinamento alla moneta unica.

19) Risposta esatta: **A** (Punti 1)

La sempre più stretta integrazione economica fra i paesi aderenti alla UE ha reso necessario un processo di convergenza fra le diverse politiche economiche e monetarie nazionali. Il Trattato di Maastricht ha stabilito 3 fasi per l'unione monetaria: la **prima fase** (1° luglio 1990) ha totalmente liberalizzato i movimenti di capitali.

Un anno dopo il completamento giuridico del mercato unico, è cioè il 1° gennaio 1994, è partita la **seconda fase** dell'UEM. Il passaggio alla **terza fase** era inizialmente previsto per il 1997 ma esso ha avuto luogo solo il 1° gennaio 1999.

20) Risposta esatta: **D** (Punti 3)

La **clausola della nazione più favorita** può essere inserita nei trattati internazionali in modo da assicurare assenza di discriminazioni (in materia di commercio, navigazione e circolazione di persone) fra gli Stati firmatari. Questi, infatti, si impegnano a concedersi reciprocamente il trattamento più favorevole già accordato a Stati terzi.

21) Risposta esatta: **B** (Punti 2)

Firmato a Ginevra nel 1947 il **GATT** aveva lo scopo di liberalizzare gli scambi economici internazionali, attraverso la progressiva abolizione di barriere e tariffe doganali e di agevolare l'espansione del commercio mondiale.

22) Risposta esatta: **C** (Punti 2)

L'**OMC** (**Organizzazione Mondiale per il Commercio**, in inglese WTO, *World Trade Organization*) è un organismo internazionale istituita a seguito dell'ultima conferenza organizzata in ambito GATT, l'Uruguay round, nel 1994. Divenuta operante nel gennaio 1995, tale organizzazione ha lo scopo di tutelare e promuovere il commercio internazionale: può agire come tribunale arbitrale per dirimere controversie ed imporre misure coercitive nei confronti degli Stati inadempienti. Essa, inoltre, è stata incaricata di gestire gli accordi GATT stipulati nel 1947 e nel 1994.

**SCHEMA DI VALUTAZIONE**

<b>Oltre</b>		<b>41</b>	<b>punti: ottimo</b>
<b>Tra</b>	<b>34 e</b>	<b>41</b>	<b>punti: buono</b>
<b>Tra</b>	<b>26 e</b>	<b>33</b>	<b>punti: discreto</b>
<b>Tra</b>	<b>19 e</b>	<b>25</b>	<b>punti: sufficiente</b>
<b>Meno di</b>		<b>19</b>	<b>punti: insufficiente</b>



Libro Settimo  
**Statistica**

- > QUESTIONARIO N. 1  
**Statistica descrittiva** *Pag.* 393
- > QUESTIONARIO N. 2  
**Statistica inferenziale** *Pag.* 421



QUESTIONARIO N. 1  
**STATISTICA DESCRITTIVA**

**1) Cos'è l'unità statistica?**

- A)** La componente di un gruppo che si occupa della elaborazione di un questionario.
- B)** La componente elementare della popolazione che forma oggetto di osservazione.
- C)** La componente di un gruppo che effettua le indagini statistiche.
- D)** L'unità di misura dei fenomeni statistici.

**2) L'errore di campionamento deriva:**

- A)** Dalla differenza tra i risultati di un'indagine campionaria e i risultati che si otterrebbero mediante una rilevazione completa del collettivo.
- B)** Dalla differenza tra i risultati ottenuti da due diverse indagini campionarie.
- C)** Dalla differenza tra i risultati ottenuti da un'indagine pilota e i risultati ottenuti dalla successiva indagine effettuata su un campione più ampio.
- D)** Da una scelta sbagliata della numerosità campionaria.

**3) Come si chiama l'insieme delle operazioni attraverso le quali i dati rilevati vengono classificati e sintetizzati al fine di ottenere dati più espressivi?**

- A)** Interpretazione.
- B)** Elaborazione.
- C)** Presentazione.
- D)** Traduzione.

**4) Quale delle seguenti non è una scala di misura delle manifestazioni di un carattere statistico?**

- A)** Scala nominale.
- B)** Scala proporzionale.
- C)** Scala ordinale.
- D)** Scala semilogaritmica.

**5) Cosa si intende per frequenza assoluta?**

- A) Il numero di volte in cui si manifesta un'assoluta mancanza di risposte ai questionari.
- B) Il numero di unità statistiche che presentano la stessa modalità del carattere.
- C) Un numero che varia tra zero e uno.
- D) La misura di un carattere quantitativo.

**6) La distribuzione statistica di frequenze è:**

- A) L'insieme delle modalità di uno o più caratteri e delle loro rispettive frequenze.
- B) L'insieme dei dati disponibili prima di effettuare una rilevazione.
- C) La distribuzione delle sole frequenze assolute, relative e cumulate riguardanti un carattere.
- D) Una distribuzione di dati ordinati rispetto ad una variabile e alla differenza tra due o più variabili di minore importanza.

**7) In una distribuzione statistica, la somma delle frequenze relative:**

- A) Dipende dal carattere statistico esaminato.
- B) Dipende dalle frequenze assolute.
- C) È sempre uguale a 1.
- D) È compreso tra la frequenza massima e quella minima.

**8) Nella classificazione delle unità osservate secondo i valori di un carattere quantitativo continuo:**

- A) Si raggruppano tutte le osservazioni aventi lo stesso valore del carattere, quindi a ciascun valore si fa corrispondere una frequenza.
- B) Si considerano solo le unità che presentano valori interi del carattere e si escludono le altre.
- C) Si attribuiscono pesi diversi alle singole osservazioni, in modo da escludere dalla rilevazione le unità che presentano pesi bassi.
- D) Si divide il campo di variazione in un certo numero di classi, in modo che a ogni classe corrisponda una frequenza.

- 9) **In una distribuzione statistica, il modulo della classe è dato:**
- A) Dalla frequenza della classe.
  - B) Dal valore centrale della classe.
  - C) Dalla differenza tra l'estremo superiore e l'estremo inferiore della classe.
  - D) Dal valore massimo della classe.
- 10) **In una classe aperta a sinistra e chiusa a destra, cosa esprime la frequenza cumulata?**
- A) La somma delle frequenze della classe.
  - B) Il numero dei casi in cui il valore del carattere è superiore all'estremo superiore della classe.
  - C) Il numero dei casi in cui il valore del carattere è inferiore all'estremo superiore della classe.
  - D) Il numero dei casi in cui il valore del carattere è inferiore o uguale all'estremo superiore della classe.
- 11) **Come si chiama la rappresentazione grafica di distribuzioni di frequenza che si sviluppa attraverso una serie di rettangoli contigui?**
- A) Poligono di frequenza.
  - B) Cartogramma.
  - C) Istogramma.
  - D) Ideogramma.
- 12) **Le densità di frequenza di un istogramma?**
- A) Sono delle frequenze relative.
  - B) Si ottengono dividendo la frequenza (assoluta o relativa) corrispondente a ciascuna classe di modalità per l'ampiezza della medesima classe.
  - C) Esprimono il numero di unità statistiche appartenenti alle relative classi.
  - D) Esprimono l'addensamento delle frequenze intorno al valore più alto della classe.
- 13) **Che differenza c'è tra ortogrammi a nastri e ortogrammi a colonne?**
- A) Nei primi i rettangoli hanno altezze uguali alle intensità o frequenze, mentre nei secondi hanno altezze proporzionali alle intensità o frequenze.

- B) Nei primi i rettangoli hanno basi uguali alle intensità o frequenze, mentre nei secondi hanno basi proporzionali alle intensità o frequenze.
- C) Nei primi i rettangoli hanno basi uguali e altezze uguali o proporzionali alle intensità o frequenze, mentre nei secondi i rettangoli hanno uguale altezza e basi uguali o proporzionali alle intensità o frequenze.
- D) Nei primi i rettangoli hanno uguale altezza e basi uguali o proporzionali alle intensità o frequenze, mentre nei secondi i rettangoli hanno basi uguali e altezze uguali o proporzionali alle intensità o frequenze.

14) **Che differenza c'è tra gli areogrammi per cerchi e gli areogrammi per settori circolari?**

- A) I primi sono costituiti da tanti cerchi i cui raggi sono in progressione aritmetica di ragione  $\pi$ , mentre i secondi si ottengono suddividendo l'angolo giro in parti uguali.
- B) I secondi sono inclusi nei primi.
- C) I primi rappresentano mutabili statistiche, mentre i secondi rappresentano variabili statistiche.
- D) Nei primi le singole frequenze che appaiono nella tabella sono rappresentate dalle superfici di cerchi concentrici, mentre nei secondi sono rappresentate da settori circolari.

15) **Per la rappresentazione grafica di una distribuzione doppia di frequenza è particolarmente adatto:**

- A) Un ideogramma.
- B) Uno stereogramma.
- C) Un cartogramma.
- D) Un diagramma in scala logaritmica.

16) **Il cartogramma:**

- A) Non è utilizzabile per rappresentare serie territoriali.
- B) Non può essere utilizzato congiuntamente agli istogrammi o ai settori circolari.
- C) Non permette di localizzare geograficamente le zone di maggiore o minore intensità di un fenomeno.
- D) È utilizzato per rappresentare serie territoriali.

**17) Si dicono medie lasche:**

- A) I valori medi che si basano solo su alcuni valori della distribuzione e prevalentemente sull'ordine di grandezza delle manifestazioni.
- B) I valori medi che forniscono solo apparentemente una sintesi della distribuzione.
- C) I valori medi che si basano su tutti i valori della distribuzione.
- D) I valori medi la cui determinazione risulta piuttosto semplice.

**18) Quale tra queste non è una media analitica?**

- A) La media geometrica.
- B) La media aritmetica.
- C) La mediana.
- D) La media armonica.

**19) In base al calcolo della media aritmetica per dati raggruppati in classi delle quali non si conosce la ripartizione interna dell'ammontare del carattere si suppone che, in ogni classe, le frequenze rilevate siano:**

- A) Concentrate nell'estremo superiore.
- B) Concentrate nel valore centrale.
- C) Ripartite in uguale misura per tutte le unità, per cui, sulla base di quest'ipotesi, dapprima si effettua la media aritmetica di classe, poi si utilizza questo valore per calcolare la media aritmetica dell'intera distribuzione.
- D) Concentrate nell'estremo inferiore.

**20) La media armonica è data:**

- A) Dal reciproco della media aritmetica dei reciproci di un insieme di osservazioni.
- B) Dal reciproco della media aritmetica di un insieme di osservazioni.
- C) Dalla media aritmetica dei reciproci di un insieme di osservazioni.
- D) Dal rapporto tra i reciproci di un insieme di osservazioni e la media aritmetica.

- 21) **Due punti  $A$  e  $B$  distano  $80\text{ km}$ , un corpo si muove da  $A$  a  $B$  alla velocità di  $80\text{ km/h}$  e da  $B$  ad  $A$  alla velocità di  $20\text{ km/h}$ . Qual è la velocità media dell'intero tragitto?**
- A)  $50\text{ km/h}$ .
  - B)  $80\text{ km/h}$ .
  - C)  $120\text{ km/h}$ .
  - D)  $32\text{ km/h}$ .
- 22) **Ponendo le intensità rilevate del carattere in senso crescente (o decrescente), qual è l'indice statistico che bipartisce la distribuzione?**
- A) Media aritmetica.
  - B) Valore centrale.
  - C) Mediana.
  - D) Qualsiasi tipo di media.
- 23) **Si consideri il seguente insieme di voti conseguiti da sei studenti ad un esame: 18, 19, 22, 25, 26, 28. Come si definisce tale distribuzione?**
- A) Bimodale.
  - B) Unimodale.
  - C) Plurimodale.
  - D) Zeromodale.
- 24) **La media geometrica è uguale alla:**
- A) Radice quadrata della somma delle singole intensità.
  - B) Radice  $n$ -esima della somma delle singole intensità.
  - C) Radice quadrata dei prodotti delle singole intensità.
  - D) Radice  $n$ -esima dei prodotti delle singole intensità.
- 25) **Si consideri la seguente serie di voti riportati da alcuni studenti ad un esame: 18, 19, 20, 22, 23, 26, 28, 30. Qual è la mediana?**
- A) 25,5.
  - B) 23.
  - C) 22,5.
  - D) 22.

**26) Cosa si intende per variabilità?**

- A) L'attitudine di un fenomeno ad assumere differenti modalità quantitative.
- B) L'attitudine di un fenomeno ad assumere differenti modalità qualitative.
- C) Un cambiamento della numerosità campionaria.
- D) La differenza tra valore massimo e valore minimo di un carattere.

**27) Gli indici relativi di variabilità si esprimono:**

- A) Nella stessa unità di misura del fenomeno che sintetizzano.
- B) Sotto forma di quadrati delle unità di misura del fenomeno che sintetizzano.
- C) In un'unità di misura diversa rispetto a quella del fenomeno che sintetizzano.
- D) Con numeri puri.

**28) Cosa s'intende per devianza?**

- A) La somma, semplice o ponderata, dei quadrati delle differenze tra le singole intensità e la media aritmetica.
- B) La radice quadrata delle differenze, in valore assoluto, tra le singole intensità e la media aritmetica.
- C) La media aritmetica, semplice o ponderata, dei quadrati delle differenze tra le singole intensità e la media aritmetica.
- D) La radice  $n$ -esima delle differenze, in valore assoluto, tra le singole intensità e la media aritmetica.

**29) Se la media aritmetica di un gruppo di osservazioni è nulla, la varianza:**

- A) Assume valori massimi.
- B) È anch'essa nulla.
- C) Coincide con il quadrato della media quadratica.
- D) Non è definita.

**30) Lo scostamento medio dalla media aritmetica è dato:**

- A) Dalla media aritmetica dei valori assoluti degli scarti delle singole intensità dalla media.
- B) Dalla media aritmetica dei quadrati degli scarti delle singole intensità dalla media.

- C) Dalla media aritmetica dei valori assoluti degli scarti delle singole intensità dalla mediana.
  - D) Dalla media aritmetica dei quadrati degli scarti delle singole intensità dalla mediana.
- 31) **Conoscendo la devianza, la formula dello scarto quadratico medio si ricava calcolando:**
- A) Il quadrato della devianza.
  - B) La radice quadrata della devianza.
  - C) Il quadrato del rapporto tra la devianza e la numerosità del collettivo.
  - D) La radice quadrata del rapporto tra la devianza e la numerosità del collettivo.
- 32) **Il coefficiente di variazione è dato dal rapporto, espresso in termini percentuali, tra:**
- A) Lo scostamento semplice medio e la media aritmetica.
  - B) La devianza e la media aritmetica.
  - C) La varianza e la media aritmetica.
  - D) Lo scarto quadratico medio e la media aritmetica.
- 33) **Il secondo quartile, per definizione, coincide con:**
- A) La media aritmetica.
  - B) La mediana.
  - C) La moda.
  - D) Il primo quartile.
- 34) **La differenza interquartile è data dalla differenza tra:**
- A) Quarto quartile e primo quartile.
  - B) Terzo quartile e primo quartile.
  - C) Secondo quartile e primo quartile.
  - D) Quarto quartile e secondo quartile.
- 35) **In una tabella a doppia entrata:**
- A) Il carattere qualitativo presenta due soli attributi del tipo «presente/assente».
  - B) La prima colonna riguarda le modalità del carattere statistico allo studio, mentre la seconda colonna si riferisce alle relative frequenze.

- C) Nella colonna madre si evidenziano solo modalità quantitative di caratteri statistici.
- D) La colonna madre e la riga madre si riferiscono a modalità di due diversi caratteri statistici, mentre le singole caselle riguardano le frequenze delle varie combinazioni di modalità.

36) **L'indice chi - quadrato di Pearson:**

- A) È un numero puro.
- B) Dipende dalla dimensione del collettivo.
- C) Assume valore minimo e valore massimo.
- D) Assume valore 0 se esiste dipendenza tra caratteri e valore 1 se esiste indipendenza fra gli stessi.

37) **Qual è la differenza tra disuguaglianza e dispersione in una distribuzione statistica?**

- A) La prima riguarda la diversità delle singole intensità tra loro mentre la seconda riguarda la diversità delle singole intensità rispetto ad un'opportuna media.
- B) Nessuna, si tratta di due medesime espressioni della variabilità di un carattere statistico.
- C) La prima può essere misurata solo con indici relativi, mentre la seconda sia con indici relativi sia con indici assoluti.
- D) La prima riguarda una mutabile statistica mentre la seconda una variabile statistica.

38) **La differenza media con ripetizione si ottiene calcolando la media aritmetica di tutte le possibili:**

- A)  $n^2$  differenze in valore assoluto tra le modalità  $x_i$  e  $x_j$  di un carattere quantitativo.
- B)  $n(n - 1)$  differenze in valore assoluto tra le modalità  $x_i$  e  $x_j$  di un carattere quantitativo.
- C)  $n^2$  differenze al quadrato tra le modalità  $x_i$  e  $x_j$  di un carattere quantitativo.
- D)  $n(n - 1)$  differenze al quadrato tra le modalità  $x_i$  e  $x_j$  di un carattere quantitativo.

39) Sia data una distribuzione statistica, sia  $\mu$  la media aritmetica della distribuzione e  $\Delta$  la differenza semplice media, qual è l'espressione analitica del rapporto di concentrazione di Gini ( $R$ )?

A)  $R = \frac{\Delta}{\mu}$ .

B)  $R = \frac{2\mu}{\Delta}$ .

C)  $R = \frac{\Delta}{2\mu}$ .

D)  $R = \frac{2\mu}{\Delta}$ .

40) Si parla di concentrazione nulla di un carattere quando:

A) Il carattere non è trasferibile da un'unità all'altra del collettivo.

B) Tutte le unità di un collettivo possiedono il carattere nella stessa misura.

C) Tutte le unità di un collettivo possiedono il carattere ognuna in misura diversa.

D) Il carattere è trasferibile da un'unità all'altra del collettivo.

41) Che forma assume la curva di Lorenz nel caso di massima concentrazione di un carattere?

A) Una retta.

B) Un punto.

C) Un quadrato.

D) Un triangolo.

42) Come si costruisce un numero indice?

A) Istituendo un rapporto e ponendo al denominatore un'intensità (detta base) di natura diversa dal fenomeno che è al numeratore.

B) Istituendo un rapporto e ponendo al denominatore un'intensità (detta base) della stessa natura del fenomeno che è al numeratore.

C) Istituendo un rapporto tra il valore assunto da un fenomeno in un certo tempo e un numero compreso tra zero e uno.

D) Istituendo un rapporto tra il valore assunto da un fenomeno in un certo tempo e la media aritmetica dei valori assunti dal fenomeno nei diversi tempi considerati.

43) In una serie di numeri indice a base mobile, ciascuna intensità è rapportata:

- A) A quella precedente, assumendo quest'ultima come base.
- B) A quella successiva, assumendo quest'ultima come base.
- C) Ad un gruppo di intensità scelte tra le più significative.
- D) Al numero indice dell'intensità precedente.

44) La formula di Laspeyres dell'indice dei prezzi è:

A) 
$$\frac{\sum_{i=1}^m p_{i,n} q_{i,n}}{\sum_{i=1}^m p_{i,0} q_{i,n}}$$

B) 
$$\frac{\sum_{i=1}^m p_{i,n} q_{i,0}}{\sum_{i=1}^m p_{i,0} q_{i,n}}$$

C) 
$$\frac{\sum_{i=1}^m p_{i,0} q_{i,n}}{p_{i,n} q_{i,0}}$$

D) 
$$\frac{\sum_{i=1}^m p_{i,n} q_{i,0}}{\sum_{i=1}^m p_{i,0} q_{i,0}}$$

45) Siano  ${}_0I_n^{L,p}$  e  ${}_0I_n^{P,p}$  l'indice dei prezzi di Laspeyres e l'indice dei prezzi di Paasche, rispettivamente, qual è l'espressione analitica dell'indice dei prezzi di Fisher?

A)  ${}_0I_n^{F,p} = \sqrt{{}_0I_n^{L,p} \cdot {}_0I_n^{P,p}}$

B)  ${}_0I_n^{F,p} = \sqrt{{}_0I_n^{L,p} + {}_0I_n^{P,p}}$

C)  ${}_0I_n^{F,p} = \frac{\sqrt{{}_0I_n^{L,p} \cdot {}_0I_n^{P,p}}}{n}$

D)  ${}_0I_n^{F,p} = \sum_{i=1}^n ({}_0I_n^{L,p} \cdot {}_0I_n^{P,p})$

**46) Come si ottengono i rapporti di densità?**

- A) Calcolando il quoziente tra le intensità di due fenomeni diversi nello stesso luogo.
- B) Raggiungendo la frequenza complessiva di un collettivo o l'intensità globale di un determinato carattere a una dimensione di spazio o di tempo.
- C) Dividendo l'intensità o la frequenza concernenti una data modalità di un fenomeno per l'intensità o la frequenza complessiva dello stesso fenomeno.
- D) Calcolando il rapporto tra una dimensione di spazio o di tempo e la frequenza complessiva di un collettivo o l'intensità globale di un determinato carattere.

**47) Dal tempo 0 al tempo 1, un fenomeno passa da un valore di 50 a un valore di 100. Qual è stato il suo incremento relativo percentuale?**

- A) 0,5%.
- B) 50%.
- C) 10%.
- D) 100%.

**48) Dal tempo 0 al tempo 1, un fenomeno passa da un valore di 100 a un valore di 50. Qual è stato il suo decremento relativo percentuale?**

- A) 10%.
- B) 20%.
- C) 100%.
- D) 50%.

**49) L'asimmetria di una distribuzione denota che:**

- A) I valori del carattere sono distribuiti con frequenze differenti attorno al suo valore centrale.
- B) La sua media aritmetica coincide con la sua mediana.
- C) Le frequenze osservate sono sempre al di sotto di una frequenza massima.
- D) La distribuzione presenta un unico valore modale.

**50) L'asimmetria di una distribuzione può essere:**

- A) Nulla, positiva o negativa.
- B) Solo nulla o positiva.

- C) Solo nulla o negativa.
- D) Positiva o negativa ma non nulla.

51) **La curtosi misura:**

- A) Le frequenze massime di una distribuzione bimodale.
- B) La media aritmetica di una distribuzione asimmetrica.
- C) Il grado di appuntimento di una distribuzione intorno al suo centro di gravità e rispetto alla curva normale.
- D) L'origine di una curva.

52) **Una distribuzione si dice platicurtica se:**

- A) Coincide con la distribuzione normale.
- B) È più appuntita di una distribuzione normale.
- C) Non presenta alcun valore modale.
- D) È più piatta di una distribuzione normale.

53) **Cos'è l'estrapolazione?**

- A) Un'operazione mediante la quale vengono determinati valori della variabile dipendente esternamente all'intervallo dei dati osservati per la variabile indipendente.
- B) L'inserimento di uno o più dati tra altri già noti.
- C) L'estrazione a sorte di un'unità statistica da un collettivo.
- D) L'operazione mediante la quale vengono determinati nuovi valori della variabile indipendente per estendere la trattazione del fenomeno.

54) **In un procedimento di interpolazione cosa si intende per funzione teorica?**

- A) Una funzione matematica che non riceve applicazione pratica a causa della sua difficoltà di calcolo.
- B) Una funzione che specifica il tipo di legame matematico che rispecchia le caratteristiche di una distribuzione.
- C) Una funzione che crea una sorta di legame di tipo matematico tra caratteri qualitativi.
- D) Una funzione che crea una sorta di legame di tipo matematico tra caratteri qualitativi e quantitativi.

55) In un procedimento di interpolazione, data la funzione lineare nei parametri:

$$\hat{Y} = \beta_0 + \beta_1 X$$

per il metodo dei minimi quadrati, il parametro  $\beta_0$  assume valore:

$$\square \text{ A) } \beta_0 = \frac{n \sum_{i=1}^n x_i y_i - \sum_{i=1}^n x_i \sum_{i=1}^n y_i}{n \sum_{i=1}^n x_i^2 - \left( \sum_{i=1}^n x_i \right)^2}.$$

$$\square \text{ B) } \beta_0 = \frac{\sum_{i=1}^n y_i \sum_{i=1}^n x_i^2 - \sum_{i=1}^n x_i \sum_{i=1}^n x_i y_i}{n \sum_{i=1}^n x_i^2 - \left( \sum_{i=1}^n x_i \right)^2}.$$

$$\square \text{ C) } \beta_0 = \frac{\sum_{i=1}^n y_i \sum_{i=1}^n x_i - \sum_{i=1}^n x_i^2 \sum_{i=1}^n x_i y_i}{\sum_{i=1}^n x_i^2 - \left( \sum_{i=1}^n x_i \right)^2}.$$

$$\square \text{ D) } \beta_0 = \frac{n \sum_{i=1}^n y_i \sum_{i=1}^n x_i^2 - \sum_{i=1}^n x_i \sum_{i=1}^n y_i^2}{\sum_{i=1}^n x_i^2 - n \left( \sum_{i=1}^n x_i \right)^2}.$$

56) Cosa si intende per distribuzione marginale?

- A) Una distribuzione di dati di scarsa importanza a fini statistici.
- B) Una distribuzione semplice ottenuta da una tabella a doppia entrata associando la riga o la colonna madre con una qualsiasi delle righe o colonne successive.
- C) Una distribuzione semplice ottenuta da una tabella a doppia entrata associando la riga madre con la riga marginale, oppure la colonna madre con la colonna marginale.
- D) Una distribuzione semplice ottenuta da una tabella a doppia entrata associando la riga o la colonna madre con la prima riga o con la prima colonna, rispettivamente, delle frequenze assolute.

57) **Nell'analisi della regressione, l'indice di determinazione lineare è nullo se è nulla:**

- A) La devianza totale.
- B) La varianza.
- C) La devianza di regressione.
- D) La covarianza.

58) **Due variabili si dicono perfettamente correlate linearmente se:**

- A) La loro covarianza è uguale alla loro varianza.
- B) Gli scarti rispettivi dalle medie sono uguali.
- C) Il coefficiente di correlazione è pari a 1 in valore assoluto.
- D) Il prodotto delle medie delle due variabili è pari a 1.

59) **Si parla di concordanza tra due variabili  $X$  e  $Y$ , se:**

- A)  $Cov(X, Y) = 0$ .
- B)  $Cov(X, Y) < 0$ .
- C)  $Cov(X, Y) = Var(X)$ .
- D)  $Cov(X, Y) > 0$ .

60) **Se il coefficiente di correlazione assume valore nullo, le due variabili:**

- A) Sono legate da dipendenza lineare.
- B) Sono sicuramente legate da una relazione diversa da quella lineare.
- C) Possono essere legate da una relazione diversa da quella lineare.
- D) Sono legate da una relazione di tipo esponenziale.

## RISPOSTE COMMENTATE AL QUESTIONARIO N. 1

### 1) Risposta esatta: **B** (Punti 1)

L'**unità statistica** è la componente elementare del collettivo ed è su di essa che si acquisiscono le informazioni.

Nell'ambito delle unità statistiche si distinguono:

- a) *unità semplici*;
- b) *unità composte*, che sono aggregati di unità semplici simili. Si tratta di casi individuali esistenti anche a prescindere dall'unità composta, ad esempio: la famiglia intesa come insieme dei suoi componenti, l'edificio inteso come insieme di abitazioni etc.;
- c) *unità complesse*, che sono insiemi di unità semplici diverse, atte però a caratterizzarle nella loro totalità, ad esempio: il processo di produzione di prodotti assemblati effettuato da un'impresa che si occupa non solo dell'assemblaggio delle singole componenti, ma anche della loro produzione.

### 2) Risposta esatta: **A** (Punti 1)

Intuitivamente l'**errore di campionamento** si riduce aumentando la numerosità del campione.

### 3) Risposta esatta: **B** (Punti 2)

L'**elaborazione** è quel complesso di operazioni attraverso le quali i dati ottenuti a seguito della rilevazione (*dati grezzi*) vengono opportunamente classificati e sintetizzati al fine di ottenere dati più espressivi (*dati derivati*).

### 4) Risposta esatta: **D** (Punti 3)

La rilevazione statistica è l'indicazione, secondo un'opportuna scala di misura, delle manifestazioni di un carattere statistico, osservate in ogni singola unità statistica.

Si distinguono quattro fondamentali **scale di misura**:

- 1) *scala nominale*, utilizzata quando le modalità del carattere sono definite da attributi non ordinabili se non in modo arbitrario;
- 2) *scala ordinale*, utilizzata quando le modalità del carattere sono definite da attributi ordinabili in una sequenza non arbitraria, ma oggettivamente accertabile;
- 3) *scala intervallare*, utilizzata quando ad ogni coppia di elementi adiacenti, disposti in scala ordinale, è possibile assegnare un numero atto a caratterizzare la loro distanza, senza tuttavia poter stabilire un'origine obiettiva per il sistema di misure;
- 4) *scala proporzionale*, la quale, pur avendo le stesse caratteristiche di quella intervallare, può essere utilizzata per stabilire un'origine oggettiva e assoluta.

5) Risposta esatta: **B** (Punti 2)

La **frequenza assoluta** indica il numero di volte in cui una data modalità del carattere si presenta nelle unità statistiche rilevate.

La *frequenza relativa*, invece, esprime la frazione dei casi osservati che presentano una data modalità del carattere. Essa è data dal rapporto tra la frequenza assoluta e il numero totale di unità del collettivo.

6) Risposta esatta: **A** (Punti 2)

Le **distribuzioni statistiche** si distinguono in *semplici* e *multiple* a seconda che prendano in esame, rispettivamente, un solo carattere o più caratteri.

7) Risposta esatta: **C** (Punti 1)

Per ciascuna distribuzione statistica, le frequenze relative  $f_i$  si ottengono rapportando le frequenze assolute  $n_i$  al totale delle frequenze  $n$ , ossia:

$$f_i = \frac{n_i}{n}$$

Per cui, per le  $k$  modalità di una distribuzione:

$$\sum_{i=1}^k f_i = \frac{\sum_{i=1}^k n_i}{n} = \frac{n}{n} = 1$$

8) Risposta esatta: **D** (Punti 2)

Nella classificazione delle unità osservate secondo i valori di un **carattere quantitativo continuo** si divide il campo di variazione (cioè l'intervallo individuato dal più piccolo e dal più grande valore) in un certo numero di classi senza soluzione di continuità (cioè le classi sono successive e non sovrapposte), fra le quali si ripartiscono le unità osservate. A ogni classe corrisponde, pertanto, una frequenza costituita dal numero delle unità che presentano un valore del carattere compreso fra i suoi estremi.

9) Risposta esatta: **C** (Punti 1)

Il **modulo** o *ampiezza* per la generica classe  $i$ -esima è dato da:

$$\alpha_i = x_{i+1} - x_i$$

dove  $x_{i+1}$  e  $x_i$  sono, rispettivamente, l'estremo superiore e l'estremo inferiore della classe.

10) Risposta esatta: **D** (Punti 2)

Le **frequenze cumulate** esprimono il numero dei casi che presentano un valore del carattere minore o uguale a una sua prestabilita modalità.

11) Risposta esatta: **C** (Punti 2)

Gli **istogrammi** sono rappresentazioni grafiche di distribuzioni di frequenza per classi di valori di un carattere continuo. Sono costituiti da una serie di rettangoli contigui che si sviluppano lungo l'asse delle ascisse con basi uguali alle ampiezze delle classi e aree uguali o proporzionali alle frequenze di queste ultime.

12) Risposta esatta: **B** (Punti 2)

La risposta A) è falsa in quanto le **densità di frequenza** rappresentano la frequenza corrispondente ad ogni unità di base mentre le frequenze relative rappresentano, in percentuale, quanta parte della popolazione totale presenta una certa modalità.

La C) è falsa in quanto sono le frequenze assolute che esprimono il numero di unità statistiche corrispondenti ad una modalità (o classe di modalità).

La D) è senz'altro falsa.

13) Risposta esatta: **D** (Punti 3)

Gli *ortogrammi* sono rappresentazioni grafiche che si basano sulla corrispondenza tra intensità o frequenze e superfici di forma rettangolare. Tali rappresentazioni possono essere effettuate:

- a) mediante rettangoli equidistanziati di uguale altezza, con basi uguali o proporzionali alle intensità o frequenze da rappresentare (**ortogramma a nastri**);
- b) mediante rettangoli equidistanziati di uguale base, con altezze uguali o proporzionali alle intensità o frequenze da rappresentare (**ortogramma a colonne**).

14) Risposta esatta: **D** (Punti 3)

Negli **areogrammi per cerchi** le misure delle superfici sono proporzionali alle intensità o frequenze. Pertanto, assunto un cerchio base di raggio  $r$ , che raffigura l'intensità o la frequenza più piccola, di area  $\pi r^2$ , per rappresentare un'intensità doppia, tripla etc. occorre disegnare cerchi aventi raggi tali per cui le misure delle superfici siano il doppio, il triplo etc. del cerchio-base.

Negli **areogrammi per settori circolari** l'area totale del cerchio esprime l'intensità o la frequenza totale, mentre i singoli settori circolari si riferiscono alle intensità o frequenze delle varie modalità. Pertanto, i settori vengono identificati assumendo i loro angoli al centro proporzionali alle intensità o frequenze da rappresentare, cioè dividendo l'intero angolo giro in parti proporzionali a queste ultime.

15) Risposta esatta: **B** (Punti 2)

Uno **stereogramma** è rappresentato in un sistema di assi cartesiani ortogonali nello spazio a tre dimensioni. Per tale ragione esso è particolarmente adatto per la rappresentazione grafica di una distribuzione doppia di frequenza: infatti, su un asse si riportano le modalità del carattere  $X$ , su un secondo asse le modalità del carattere  $Y$  e sul terzo asse i valori delle frequenze.

La risposta A) è falsa poiché il vantaggio degli ideogrammi consiste nella loro immediatezza e comprensibilità per tutti, ma essi si adattano solo a fenomeni compatibili con rappresentazioni ideografiche.

Un cartogramma è particolarmente adatto per rappresentare serie territoriali (dunque la risposta C) è sbagliata).

Un diagramma in scala logaritmica, evidenziando le variazioni relative fra coppie di valori, è particolarmente adatto per rappresentare serie storiche.

16) Risposta esatta: **D** (Punti 1)

La risposta A) è falsa in quanto la caratteristica di un **cartogramma** è proprio quella di rappresentare tramite una carta geografica una serie territoriale.

La risposta B) è falsa in quanto alle diverse regioni di un cartogramma possono essere sovrapposti dei grafici, per esempio istogrammi o settori circolari, per meglio evidenziare le differenze tra le diverse regioni.

La risposta C) è falsa in quanto una caratteristica del cartogramma è proprio quella di mettere in evidenza le relazioni esistenti tra le zone geografiche a minore e maggiore intensità del fenomeno e le condizioni orografiche, idrografiche, climatiche ecc. del territorio.

17) Risposta esatta: **A** (Punti 2)

Tra le **medie losche** o posizionali si annoverano la moda, la mediana e i quartili.

18) Risposta esatta: **C** (Punti 2)

Le **medie analitiche** si ottengono coinvolgendo tutti i valori del carattere, tra queste si annoverano la media aritmetica, la media geometrica, la media armonica e la media quadratica. La **mediana**, invece, è una media posizionale la cui determinazione coinvolge solo alcuni valori del carattere.

19) Risposta esatta: **B** (Punti 1)

Se la variabile statistica è rappresentata mediante raggruppamento in classi, e se per ciascuna classe non si conosce la ripartizione interna dell'ammontare del carattere, per il calcolo della **media aritmetica** si suppone che in ogni classe le frequenze rilevate siano concentrate nel valore centrale.

Siano  $k$  le classi, indicando con  $n_i$  la frequenza della classe  $i$ -esima e con  $\bar{x}_i$  il valore centrale della classe  $i$ -esima, la media aritmetica è:

$$\mu = \frac{\sum_{i=1}^k \bar{x}_i n_i}{\sum_{i=1}^k n_i}$$

20) Risposta esatta: **A** (Punti 2)

Indicando con  $n$  il numero di unità del collettivo osservato e con  $x_i$  le singole modalità del carattere, la **media armonica** è:

$$H = \frac{n}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{x_i}}$$

21) Risposta esatta: **D** (Punti 2)

Un esempio di applicazione della **media armonica** è quello della **velocità media**. L'intero tratto è di 160 km ed è percorso in 5 ore, di cui 1 all'andata e 4 al ritorno. Pertanto, la velocità media è pari a  $160/5 = 32 \text{ km/h}$ .

Applicando la formula della media armonica si ottiene il risultato:

$$H = \frac{2}{\frac{1}{80} + \frac{1}{20}} = 32 \text{ km / h}$$

22) Risposta esatta: **C** (Punti 1)

La **mediana** è un indice statistico di posizione che divide la distribuzione in due parti di uguale ampiezza. Al primo gruppo apparterranno le osservazioni inferiori o uguali alla mediana, al secondo gruppo le osservazioni superiori o uguali alla stessa. Quando il numero delle osservazioni è dispari, la mediana sarà il valore che occupa la posizione centrale nella distribuzione; quando è pari, si calcola la semisomma dei due valori centrali.

Rispetto alla media aritmetica, la mediana è un indice più resistente perché non cambia se un valore eccezionale è presente nella distribuzione.

23) Risposta esatta: **D** (Punti 1)

La **moda** o **valore modale** è quel valore della variabile statistica che si presenta con la massima frequenza. Se le intensità della variabile statistica si presentano tutte con la stessa frequenza (nel caso in esame con frequenza pari ad uno), allora la distribuzione si dice *zeromodale*.

24) Risposta esatta: **D** (Punti 1)

La **media geometrica** è quel particolare indice statistico che, sostituito alle singole intensità, non ne altera il prodotto.

Analiticamente, è data dalla radice  $n$ -esima del prodotto delle singole intensità e viene rappresentata, per una serie, in questo modo:

$$G = \sqrt[n]{x_1 x_2 \dots x_n}$$

25) Risposta esatta: **C** (Punti 1)

Poiché il numero delle unità osservate è  $n = 8$ , numero pari, i due posti centrali sono  $C_1 = 8/2 = 4$  (quarto posto) e  $C_2 = 8/2 + 1 = 4 + 1 = 5$  (quinto posto), mentre le intensità ad essi corrispondenti sono, rispettivamente, 22 e 23.

Può quindi assumersi come *mediana* un qualsiasi valore dell'intervallo 22-23, e in particolare il suo valore centrale:

$$Me = \frac{22 + 23}{2} = 22,5$$

26) Risposta esatta: **A** (Punti 3)

La **variabilità** riguarda distribuzioni secondo un carattere quantitativo, in quanto mostra l'attitudine del fenomeno rappresentato ad assumere differenti valori numerici. La *mutabilità*, invece, mostra l'attitudine di un fenomeno ad assumere differenti modalità qualitative.

27) Risposta esatta: **D** (Punti 2)

Gli **indici relativi di variabilità** si ottengono ragguagliando un indice assoluto ad una media oppure al suo massimo. In tal modo l'unità di misura scompare e si ottiene un *numero puro*, indipendente da essa, e perciò idoneo a consentire confronti di distribuzioni secondo caratteri diversi.

28) Risposta esatta: **A** (Punti 2)

La **devianza** è un indice statistico di variabilità. Indicando con  $X$  il carattere considerato, con  $n$  il numero di unità del collettivo osservato, con  $x_i$  le singole intensità del carattere e con  $\mu$  la media aritmetica, la devianza è data dalla seguente formula:

$$D(X) = \sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2$$

Per una distribuzione di frequenze, l'espressione della devianza è:

$$D(X) = \sum_{i=1}^k (x_i - \mu)^2 n_i$$

29) Risposta esatta: **C** (Punti 3)

Se la media aritmetica di un gruppo di osservazioni è  $\mu = 0$ , la varianza è pari a:

$$\text{Var}(X) = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - 0)^2}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i^2}{n}$$

Tale rapporto coincide con il quadrato della media quadratica; in simboli:

$$Q^2 = \frac{\sum_{i=1}^n x_i^2}{n}$$

30) Risposta esatta: **A** (Punti 2)

Lo **scostamento medio dalla media aritmetica** è dato da:

$$S_\mu = \frac{\sum_{i=1}^n |x_i - \mu|}{n}$$

31) Risposta esatta: **D** (Punti 2)

Lo **scarto quadratico medio** è dato dalla radice quadrata della media quadratica degli scostamenti tra le singole intensità e la media aritmetica. La sua espressione, per una serie, è la seguente:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2}{n}}$$

Nella radice quadrata figura al numeratore del rapporto la devianza e al denominatore la numerosità  $n$  del collettivo. Come è noto, tale rapporto indica la *varianza*, per cui lo scarto quadratico medio si può indicare nel modo seguente:

$$\sigma = \sqrt{\frac{D(X)}{n}}$$

32) Risposta esatta: **D** (Punti 2)

Il **coefficiente di variazione** è un indice relativo di variabilità che consente il confronto tra distribuzioni anche di tipo molto diverso.

La sua espressione analitica è la seguente:

$$Cv = \frac{\sigma}{\mu} = \frac{\sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2}}{\mu} = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left( \frac{x_i - \mu}{\mu} \right)^2}$$

È generalmente espresso in termini percentuali.

33) Risposta esatta: **B** (Punti 1)

I **quantili** sono indici di posizione che dividono una data distribuzione di frequenza in un certo numero di parti uguali. Tra i quartili si annoverano i **quartili** (in numero di tre) dati dal:

- primo quartile che lascia alla sua sinistra 1/4 delle osservazioni e alla sua destra i rimanenti 3/4;
- secondo quartile che lascia alla sua sinistra 1/2 delle osservazioni e alla sua destra il rimanente 1/2;
- terzo quartile che lascia alla sua sinistra i 3/4 delle osservazioni e alla sua destra il rimanente 1/4.

Come si vede il secondo quartile coincide con la mediana.

34) Risposta esatta: **B** (Punti 1)

La **differenza interquartile** è una misura di variabilità della parte centrale di una distribuzione, in quanto nell'intervallo espresso dall'indice è compreso il 50% delle osservazioni.

35) Risposta esatta: **D** (Punti 2)

In una tabella a doppia entrata, in corrispondenza di ogni coppia di modalità associate  $x, y$ , è indicata la frequenza  $n_{ij}$ , cioè il numero di unità del collettivo che presentano come carattere X la modalità  $x_i$  e come carattere Y la modalità  $y_j$ .

X \ Y	Y						Totale
	$y_1$	$y_2$	.....	$y_j$	.....	$y_c$	
$x_1$	$n_{11}$	$n_{12}$	.....	$n_{1j}$	.....	$n_{1c}$	$n_{1.}$
$x_2$	$n_{21}$	$n_{22}$	.....	$n_{2j}$	.....	$n_{2c}$	$n_{2.}$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$		$\vdots$		$\vdots$	$\vdots$
$x_i$	$n_{i1}$	$n_{i2}$	.....	$n_{ij}$	.....	$n_{ic}$	$n_{i.}$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$		$\vdots$		$\vdots$	$\vdots$
$x_r$	$n_{r1}$	$n_{r2}$	.....	$n_{rj}$	.....	$n_{rc}$	$n_{r.}$
<b>Totale</b>	$n_{.1}$	$n_{.2}$		$n_{.j}$		$n_{.c}$	$n$

La prima riga della tabella è detta *riga madre*, in essa figurano le modalità  $y_1, y_2, \dots, y_c$  del carattere Y; la prima colonna, invece, è detta *colonna madre*, in essa figurano le modalità  $x_1, x_2, \dots, x_r$  del carattere X.

36) Risposta esatta: **B** (Punti 3)

Gli **indici statistici** in grado di evidenziare l'indipendenza di un carattere statistico da un altro sono basati sulle frequenze osservate e teoriche, e sono denominati **indici di connessione**. Essi assumono valori tanto più piccoli quanto più esiste indipendenza tra i caratteri investigati.

L'indice di **Pearson**, o  $\chi^2$ , costituisce un criterio di valutazione della differenza esistente tra frequenze teoriche e frequenze osservate; la sua espressione analitica è la seguente:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^c \frac{(n_{ij} - n'_{ij})^2}{n'_{ij}}$$

in cui  $n_{ij}$  è la frequenza osservata in una tabella a doppia entrata, mentre  $n'_{ij}$  è la corrispondente frequenza teorica sotto l'ipotesi di indipendenza.

37) Risposta esatta: **A** (Punti 3)

La **variabilità** è l'attitudine di un fenomeno quantitativo ad assumere diverse modalità. Si distinguono due aspetti della variabilità:

- la **dispersione** che caratterizza il maggiore o minore addensamento delle osservazioni intorno ad una media prestabilita;
- la **disuguaglianza** (o variabilità reciproca) che evidenzia la diversità delle varie osservazioni tra loro.

Gli **indici di variabilità** misurano, quindi, la variabilità di una distribuzione di frequenza:

- rispetto ad un centro rappresentativo (**dispersione**) e sono detti **scostamenti medi** e si ottengono determinando gli scarti  $x_i - x_m$  tra le modalità del carattere e una sua media  $x_m$ , e sintetizzandoli con la stessa o con altra media;

- tra le unità statistiche a due a due (**disuguaglianza**) e sono detti **differenze medie** e si ottengono determinando le differenze in valore assoluto  $|x_i - x_j|$  delle modalità del carattere prese a due a due, e sintetizzandole con opportuna media.

### 38) Risposta esatta: **A** (Punti **3**)

Le **differenze medie** sono indici di mutua variabilità che esaminano le differenze, in valore assoluto, tra le modalità a due a due  $|x_i - x_j|$  con  $(i, j) = 1, 2, \dots, n$ , e ne operano una sintesi tramite una opportuna media. Si consideri la seguente matrice delle differenze tra modalità, prese in ordine non decrescente:

$$\begin{array}{cccccc}
 x_1 - x_1 & x_1 - x_2 & \dots\dots & x_1 - x_j & \dots\dots & x_1 - x_n \\
 \\
 x_2 - x_1 & x_2 - x_2 & \dots\dots & x_2 - x_j & \dots\dots & x_2 - x_n \\
 \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots \\
 \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots \\
 \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots \\
 x_i - x_1 & x_i - x_2 & \dots\dots & x_i - x_j & \dots\dots & x_i - x_n \\
 \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots \\
 \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots \\
 \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots \\
 x_{n-1} - x_1 & x_{n-1} - x_2 & \dots\dots & x_{n-1} - x_j & \dots\dots & x_{n-1} - x_n \\
 \\
 x_n - x_1 & x_n - x_2 & \dots\dots & x_n - x_j & \dots\dots & x_n - x_n
 \end{array}$$

La finalità della matrice è quella di calcolare la somma delle distanze tra ciascun termine e tutti gli altri, ossia:

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n |x_i - x_j|$$

I termini della matrice sono considerati in valore assoluto, in quanto considerandone i valori algebrici la sommatoria si annullerebbe.

La **differenza media con ripetizione** è un indice di variabilità che misura la *disuguaglianza media* tra le intensità di una variabile statistica. Si ottiene confrontando tutti i termini due a due (non escludendo neppure il confronto di un termine con se stesso) e può essere espressa dalla formula:

$$\Delta_R = \frac{\sum_{i,j} |x_i - x_j|}{n^2}$$

39) Risposta esatta: **C** (Punti 3)

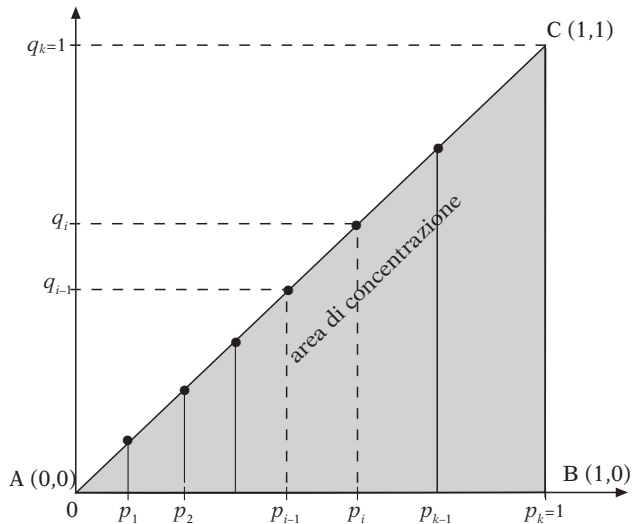
Si tratta di un indice variabile tra 0 e 1 che fornisce una **misura** sintetica della **concentrazione** di un carattere trasferibile.

40) Risposta esatta: **B** (Punti 2)

In tal caso, oltre che di **concentrazione nulla** si parla anche di **equidistribuzione**.

41) Risposta esatta: **D** (Punti 2)

Quando la concentrazione del fenomeno analizzato è **massima**, tutto l'ammontare del carattere risulta concentrato in una sola unità, quindi tutti i punti della curva ricadono sull'asse delle ascisse tranne l'ultimo di coordinate (1, 1). In tal caso, la curva di Lorenz assume la forma di un triangolo con vertici ABC.

42) Risposta esatta: **B** (Punti 1)

Un **numero indice** consente di confrontare le intensità di un fenomeno in situazioni temporali e/o spaziali differenti.

43) Risposta esatta: **A** (Punti 2)

I **numeri indice a base mobile** sono detti anche *concatenati* e vanno distinti dai *numeri indice a base fissa*, più utilizzati nella pratica.

44) Risposta esatta: **D** (Punti 2)

La **formula di Laspeyres** dell'indice dei prezzi considera costanti, in entrambi gli aggregati, le quantità riferite all'epoca 0.

L'indice dei prezzi di Paasche, invece, è un indice composto dei prezzi; è espresso dal rapporto tra le medie di prezzi di  $m$  beni (o servizi) diversi calcolati nei due periodi 0 e  $n$ , ponderati con le quantità al tempo  $n$ .

La sua espressione analitica è la seguente:

$${}_0I_n^{P,p} = \frac{\sum_{i=1}^m p_{i,n} q_{i,n}}{\sum_{i=1}^m p_{i,0} q_{i,n}}$$

Per tale indice muta costantemente il paniere dei beni e servizi di riferimento. Se ciò lo rende aggiornato e fedele ne complica il calcolo, per cui, solo nelle situazioni ove si dispone congiuntamente e simultaneamente di prezzi e quantità (come nelle contrattazioni borsistiche, per esempio), è conveniente utilizzare l'indice di Paasche.

45) Risposta esatta: **A** (Punti 2)

L'**indice dei prezzi di Fisher** è espresso dalla **media geometrica** dei corrispondenti indici dei prezzi di Laspeyres e di Paasche.

46) Risposta esatta: **B** (Punti 1)

I **rapporti di densità** rientrano nella più vasta gamma dei rapporti statistici e sono particolarmente utilizzati per esprimere il cosiddetto *grado di affollamento* delle abitazioni.

47) Risposta esatta: **D** (Punti 2)

Le variazioni relative riferite all'unità di tempo si denominano **saggi di incremento** o **di decremento** e si esprimono generalmente in percentuale. Si ottengono calcolando il rapporto tra l'incremento assoluto (o il decremento assoluto) verificatosi in un dato periodo e il valore del fenomeno all'inizio del periodo considerato e moltiplicando la variazione relativa così ottenuta per 100, in modo da ottenere l'incremento (o il decremento) relativo percentuale.

Nel caso in esame il fenomeno passa da un valore iniziale di 50 ad un valore di 100, per cui l'*incremento assoluto* è stato di  $100 - 50 = 50$ , mentre l'*incremento relativo* di  $\frac{100 - 50}{50} = 1$ . Moltiplicando tale incremento relativo per 100 si ottiene l'*incremento relativo percentuale*, che in questo caso è 100, per cui il fenomeno ha avuto un incremento relativo percentuale del 100%.

48) Risposta esatta: **D** (Punti 2)

Siccome il **decremento relativo percentuale** si ottiene rapportando la differenza tra i valori assunti dal fenomeno nei due tempi al valore assunto dal fenomeno nel tempo 0:  $\frac{50 - 100}{100} = -0,5$ . Moltiplicando il valore così ottenuto per 100 si ha  $-50\%$ ; per cui il decremento relativo percentuale (considerando solo il valore assoluto perché si parla di decremento) è pari al 50%.

49) Risposta esatta: **A** (Punti 1)

L'**asimmetria** è uno degli aspetti della forma di una distribuzione di frequenza.

50) Risposta esatta: **A** (Punti 1)

L'**asimmetria** di una distribuzione di frequenza può essere:

- **nulla** se i valori del carattere sono distribuiti con le stesse frequenze attorno al suo valore centrale;
- **positiva** se la distribuzione presenta il ramo destro più allungato del sinistro;
- **negativa** se la distribuzione presenta il ramo sinistro più allungato del destro.

51) Risposta esatta: **C** (Punti 2)

La **curtosi** è un altro aspetto della forma di una distribuzione di frequenza.

52) Risposta esatta: **D** (Punti 3)

Una distribuzione si dice **leptocurtica** se, invece, è più appuntita di una distribuzione normale.

53) Risposta esatta: **A** (Punti 2)

L'**estrapolazione** effettua una vera e propria previsione circa l'andamento del fenomeno al di fuori del campo di osservazione dei dati.

54) Risposta esatta: **B** (Punti 3)

La rappresentazione analitica di una distribuzione di dati richiede che la scelta della **funzione teorica**, ossia di una funzione rappresentativa capace di esprimere il modello teorico atto a descrivere in modo soddisfacente il fenomeno oggetto di studio.

55) Risposta esatta: **B** (Punti 3)

Il **metodo dei minimi quadrati** per la determinazione dei parametri incogniti  $\beta_0$  e  $\beta_1$  assume che la somma dei quadrati degli scarti tra valori teorici e valori osservati della variabile dipendente sia minima.

56) Risposta esatta: **C** (Punti 2)

Da una tabella a doppia entrata si desumono 2 distribuzioni marginali: una per riga e una per colonna.

57) Risposta esatta: **C** (Punti 3)

Dato un carattere  $Y$ , l'**indice di determinazione lineare** è espresso dalla seguente relazione:

$$R^2 = \frac{D(\hat{Y})}{D(Y)} = 1 - \frac{D(E)}{D(Y)}$$

dove:

$D(\hat{Y})$  è la devianza di regressione;

$D(Y)$  è la devianza totale del carattere  $Y$ ;

$D(E)$  è la devianza residua.

La relazione appena data è nulla se la **devianza di regressione** è nulla; in simboli se:

$$D(\hat{Y}) = 0$$

58) Risposta esatta: **C** (Punti 3)

Se esiste un **legame perfetto** di tipo concorde tra due caratteri, allora  $r = + 1$ , invece, se esiste un legame perfetto di tipo discorde, allora  $r = - 1$ .

59) Risposta esatta: **D** (Punti 3)

In caso di **concordanza** tra due variabili  $X$  e  $Y$ , gli scarti positivi o negativi della variabile  $X$  rispetto alla propria media tendono ad associarsi, rispettivamente, a scarti positivi o negativi della variabile  $Y$  rispetto alla propria media.

60) Risposta esatta: **C** (Punti 3)

Il **coefficiente di correlazione** può assumere **valore nullo** anche quando le due variabili sono legate da una relazione diversa da quella lineare, per cui esse non sono necessariamente indipendenti. Ciò conferma che esso non è, in generale, un indice di dipendenza, ma di concordanza; è un indice di dipendenza solo nel caso in cui quest'ultima è di tipo lineare.

**SCHEMA DI VALUTAZIONE**

<b>Oltre</b>		<b>108</b>	<b>punti: ottimo</b>
<b>Tra</b>	<b>90 e</b>	<b>108</b>	<b>punti: buono</b>
<b>Tra</b>	<b>71 e</b>	<b>89</b>	<b>punti: discreto</b>
<b>Tra</b>	<b>51 e</b>	<b>70</b>	<b>punti: sufficiente</b>
<b>Meno di</b>		<b>51</b>	<b>punti: insufficiente</b>

QUESTIONARIO N. 2  
STATISTICA INFERENZIALE

1) **Una prova è:**

- A) Un esperimento soggetto ad incertezza.
- B) Ciascuno degli elementi di uno spazio campione.
- C) L'individuazione di un insieme di unità statistiche da una popolazione.
- D) Un evento incerto.

2) **L'unione di due eventi  $A$  e  $B$  è l'evento  $C$  che si verifica quando:**

- A) Si verificano contemporaneamente sia  $A$  sia  $B$ .
- B) Si verifica almeno uno dei due eventi  $A$  e  $B$ .
- C) Si verifica  $A$  escluso  $B$ .
- D) Non si verifica alcuno dei due eventi.

3) **Sia  $\Omega$  l'evento certo; due eventi  $A$  e  $B$  si dicono necessari se:**

- A)  $A \cup B = \emptyset$ .
- B)  $A \cap B = \Omega$ .
- C)  $A \cup B = \Omega$ .
- D)  $A \cap B = \emptyset$ .

4) **L'evento  $E$  si dice impossibile se:**

- A)  $0 \leq P(E) \leq 1$ .
- B)  $P(E) > 1$ .
- C)  $P(E) = 1$ .
- D)  $P(E) = 0$ .

5) **Se  $A \subset B$  allora:**

- A)  $A \cup B = A$ .
- B)  $A \cap B = A$ .
- C)  $A \cap B = B$ .
- D)  $A \cup B = B$ .

6) Per il postulato 2 dell'assiomatizzazione del calcolo delle probabilità, l'evento certo  $\Omega$  ha probabilità:

- A)  $P(\Omega) = 1$ .
- B)  $P(\Omega) < 1$ .
- C)  $P(\Omega) = 0$ .
- D)  $P(\Omega) < 0$ .

7) La probabilità dell'unione dei due eventi  $A$  e  $B$  non incompatibili è:

- A)  $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$ .
- B)  $P(A \cup B) = 0$ .
- C)  $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ .
- D)  $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ .

8) Se due eventi  $A$  e  $B$  sono indipendenti allora:

- A)  $P(A \cap B) = P(A) + P(B|A)$ .
- B)  $P(A \cap B) = 0$ .
- C)  $P(A \cap B) = P(A)P(B)$ .
- D)  $P(A \cap B) = P(A)$ .

9) Un esperimento consiste nel lanciare due dadi. Individuare lo spazio campione.

- A)  $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ .

$$\text{□ B) } \left\{ \begin{array}{cccccc} (1,1) & (1,2) & (1,3) & (1,4) & (1,5) & (1,6) \\ (2,1) & (2,2) & (2,3) & (2,4) & (2,5) & (2,6) \\ (3,1) & (3,2) & (3,3) & (3,4) & (3,5) & (3,6) \\ (4,1) & (4,2) & (4,3) & (4,4) & (4,5) & (4,6) \\ (5,1) & (5,2) & (5,3) & (5,4) & (5,5) & (5,6) \\ (6,1) & (6,2) & (6,3) & (6,4) & (6,5) & (6,6) \end{array} \right\}.$$

- C)  $\{1, 2, 4, 6, 8, 10, 12\}$ .
- D)  $\{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\}$ .

10) Una moneta è lanciata tre volte. Individuare l'evento esce almeno due volte testa.

- A)  $\{(TTC), (TCT), (CTT)\}$ .

- B)  $\{(TT)\}$ .
- C)  $\{(TTT), (TTC), (TCT), (CTT)\}$ .
- D)  $\{(TTT), (TTC), (TCT)\}$ .

11) Siano dati 6 punti non allineati nello spazio. Quante rette aventi per estremi due di questi punti possono essere formate?

- A) 30.
- B) 720.
- C) 21.
- D) 15.

12) Secondo la definizione classica, la probabilità di un evento è:

- A) Il rapporto tra il numero dei casi favorevoli al verificarsi dell'evento e il numero dei casi possibili, purché siano tutti ugualmente possibili.
- B) Il limite cui tende la frequenza relativa dell'evento quando il numero delle prove tende all'infinito.
- C) Il grado di fiducia che un individuo attribuisce al verificarsi dell'evento in questione di per sé impossibile.
- D) Il limite cui tende, al crescere del numero delle prove, il rapporto tra il numero dei casi favorevoli al verificarsi dell'evento e il numero dei casi possibili.

13) Che differenza c'è tra unione e intersezione di due eventi?

- A) La prima operazione si può effettuare sempre, mentre l'intersezione si effettua solo quando il numero degli eventi è pari.
- B) Con la prima operazione si effettua la somma algebrica degli eventi elementari costituenti gli eventi considerati, mentre con la seconda si effettua il loro prodotto.
- C) La prima operazione dà luogo a un evento costituito dagli eventi elementari comuni all'uno e all'altro, mentre la seconda dà luogo a un evento costituito dagli eventi elementari dell'uno o dell'altro, considerando una sola volta quelli comuni.
- D) La prima operazione dà luogo a un evento costituito dagli eventi elementari dell'uno o dell'altro considerando una sola volta quelli comuni, mentre la seconda dà luogo a un evento costituito dagli eventi elementari comuni all'uno e all'altro.

**14) Due eventi si dicono incompatibili quando:**

- A) La loro unione dà luogo all'evento certo.
- B) Il verificarsi di uno di essi esclude necessariamente il verificarsi dell'altro.
- C) Il verificarsi dell'uno modifica la probabilità del verificarsi dell'altro.
- D) Sono entrambi impossibili.

**15) Che differenza c'è tra un'estrazione con ripetizione e un'estrazione senza ripetizione?**

- A) La prima si ripete un numero di volte maggiore della seconda.
- B) La prima si ripete più volte, mentre la seconda si svolge una sola volta.
- C) La prima dà luogo ad un numero di unità campionarie maggiore della seconda.
- D) A seguito di ogni estrazione, nella prima la popolazione di origine resta invariata, mentre nella seconda si riduce di volta in volta di un'unità.

**16) Dati due eventi  $A$  e  $B$ , cosa si intende per probabilità condizionata di  $B$ ?**

- A) La probabilità del verificarsi di  $B$  supposto che si sia verificato  $A$ .
- B) La probabilità del verificarsi contemporaneo di  $A$  e di  $B$ .
- C) La probabilità del verificarsi di  $A$  supposto che si sia verificato  $B$ .
- D) La probabilità che uno dei due eventi si verifichi necessariamente.

**17) Il Teorema di Bayes definisce:**

- A) Il principio delle probabilità composte.
- B) La probabilità del verificarsi di due eventi incompatibili.
- C) La probabilità di un evento condizionata al verificarsi di un altro evento.
- D) La probabilità a posteriori che un dato evento che si è verificato sia dovuto a una determinata causa.

**18) La legge dei grandi numeri afferma che:**

- A) Al crescere del numero delle prove, la frequenza relativa dell'evento si discosta sempre più dalla probabilità dell'evento.
- B) La frequenza relativa dell'evento converge in probabilità alla probabilità dell'evento.
- C) Al crescere della numerosità campionaria, diminuisce la probabilità dell'errore statistico.
- D) Al crescere del numero delle prove la frequenza relativa dell'evento tende a uno.

**19) Una variabile casuale (v.c.):**

- A) È una funzione definita sullo spazio dei campioni.
- B) È una funzione definita su eventi.
- C) Può assumere solo valori positivi.
- D) È una variabile che può assumere, prima dell'esperimento, un valore noto detto determinazione della v.c.

**20) La funzione di ripartizione di una variabile casuale:**

- A) È definita solo per v.c. continue.
- B) Non è legata da alcuna relazione con la funzione di densità di probabilità della medesima v.c.
- C) Esprime la probabilità che la v.c. assuma valori inferiori o uguali ad un valore fissato.
- D) Può assumere valori negativi.

**21) Una distribuzione di probabilità di una variabile casuale è:**

- A) L'insieme dei possibili valori della variabile casuale.
- B) Ciascuno dei possibili valori della variabile casuale.
- C) L'insieme delle probabilità dei diversi valori possibili della variabile casuale.
- D) Ciascuna delle probabilità dei diversi valori possibili della variabile casuale.

**22) Nel lancio di un dado la speranza matematica è pari a:**

- A)  $\frac{1}{6}$ .
- B)  $\frac{1}{2}$ .

- C) 1.
- D) 3,5.

23) **La variabile casuale discreta uniforme:**

- A) È tale che ogni sua realizzazione è equiprobabile.
- B) Viene applicata per caratteri dicotomici.
- C) Assume solo i valori 0 e 1.
- D) Presenta media uguale a  $np$  e varianza pari a  $np(1-p)$ .

24) **La distribuzione della normale standardizzata:**

- A) Ha media uguale a 0 e varianza pari a 1.
- B) È asimmetrica.
- C) Ha media uguale a 1 e varianza pari a 0.
- D) Ha funzione di densità di probabilità:

$$f(x) > \left( \frac{1}{\sigma} \sqrt{2\pi} \right) \exp \left[ -\frac{1}{2\sigma^2} (x - \mu)^2 \right].$$

25) **La distribuzione normale (o Gaussiana):**

- A) È una distribuzione discreta.
- B) È simmetrica rispetto al valore medio.
- C) È tale che quanto più  $x$  si allontana da  $\mu$  tanto più  $f(x)$  (funzione di densità di probabilità) cresce.
- D) È tale che il valore medio  $\mu$  ne caratterizza la forma.

26) **La distribuzione binomiale:**

- A) Non può essere approssimata da una distribuzione normale standardizzata.
- B) Rappresenta la distribuzione di probabilità di prove ripetute dipendenti quando i risultati di ciascuna prova sono solo due.
- C) È una distribuzione continua.
- D) Può essere utilizzata per descrivere tutti i casi in cui gli esiti possibili di una prova possono essere ridotti a due.

27) **Sia  $p$  la probabilità di successo in una prova e  $n$  il numero di prove, la distribuzione di probabilità di una v.c. binomiale presenta asimmetria positiva se:**

- A)  $p < 0$ .
- B)  $p = 0,5$ .

- C)  $p > 0,5$ .
- D)  $p > 0$ .

28) **La distribuzione di Poisson (o distribuzione degli eventi rari):**

- A) Non ha alcuna relazione con la distribuzione binomiale.
- B) È caratterizzata da uno scarto quadratico medio  $\sigma = \sqrt{\frac{1}{\lambda}}$ .
- C) È una distribuzione continua.
- D) È definita da:  $P(X = x) = \exp(-\lambda) \frac{\lambda^x}{x!}$  ( $x = 0, 1, 2, \dots$ ).

29) **La distribuzione  $\chi^2$ :**

- A) Non può assumere valori negativi.
- B) È simmetrica.
- C) È tale che al variare del numero di gradi di libertà non cambia la forma della distribuzione.
- D) Non ha alcuna relazione con la distribuzione  $t$  di Student.

30) **Il teorema del limite centrale:**

- A) Non è applicabile al caso in cui le variabili  $x_i$ , la cui somma è una v.c. normale, sono distribuite normalmente.
- B) Afferma che se un dato fenomeno casuale  $X$  può essere espresso con la somma di  $n$  differenti fenomeni casuali, tutti con media e varianza finite, e indipendenti tra loro, allora

$X$  può essere approssimata con la v.c. normale  $N\left(\sum_{i=1}^n n_i; \sigma_i^2\right)$ .

- C) È valido per un numero sufficientemente grande di variabili, qualunque sia la distribuzione delle variabili  $x_i$ , siano esse dipendenti o indipendenti a due a due.
- D) Permette di asserire che la distribuzione binomiale tende alla distribuzione normale quando il numero di prove effettuate tende all'infinito.

31) **Per una variabile casuale normale, sia  $\mu$  il valore medio,  $Me$  la mediana e  $Mo$  la moda, si ha:**

- A)  $\mu = Me = Mo$ .
- B)  $\mu < Me < Mo$ .
- C)  $\mu \quad Me \quad Mo$ .
- D)  $\mu > Me > Mo$ .

**32) La somma o media di variabili casuali normali:**

- A) Ha sempre distribuzione normale.
- B) Ha distribuzione normale solo se  $n$  tende a infinito.
- C) Ha distribuzione normale solo se le variabili casuali sono indipendenti.
- D) Ha distribuzione binomiale.

**33) Date  $g$  v.c. normali standardizzate e indipendenti al quadrato, una v.c. chi-quadrato è data dalla:**

- A) Differenza di tali variabili.
- B) Radice quadrata di tali variabili.
- C) Somma di tali variabili.
- D) Somma degli scarti di tali variabili.

**34) Sia data una variabile casuale  $X$ , se essa assume valori in corrispondenza di un insieme numerabile allora  $X$  è:**

- A) Reale.
- B) Discreta.
- C) Continua.
- D) Asimmetrica.

**35) Affinché una variabile casuale continua sia ben definita occorre che:**

- A)  $f(x) \leq 0$ ;  $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x) dx = 1$ .
- B)  $f(x) \geq 0$ ;  $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x) dx = 0$ .
- C)  $f(x) \geq 0$ ;  $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x) dx = 1$ .
- D)  $f(x) = 0$ ;  $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x) dx = 0$ .

**36) La funzione di ripartizione di una variabile casuale:**

- A) Può assumere solo valori compresi tra  $-1$  e  $1$ .
- B) È continua da destra.
- C) Non è legata da alcuna relazione con la funzione di densità della medesima variabile casuale.
- D) È sempre negativa.

37) Il *Tempo di guasto di un elemento* rappresenta una realizzazione di una variabile casuale:

- A) Discreta.
- B) Continua.
- C) Crescente.
- D) Decrescente.

38) La varianza di una variabile casuale continua  $X$  avente media  $\mu$  è:

- A)  $Var(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} (x)^2 f(x) dx.$
- B)  $Var(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} (x - \mu)^2 f(x) dx.$
- C)  $Var(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} (x - \mu) f(x) dx.$
- D)  $Var(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} (x^2 - \mu^2) dx.$

39) Se due variabili casuali  $X$  e  $Y$  sono indipendenti:

- A)  $Cov(X, Y) = 1.$
- B)  $Cov(X, Y) = Var(X) = Var(Y).$
- C)  $Cov(X, Y) = 0.$
- D)  $Cov(X, Y) = +\infty.$

40) In una procedura di campionamento casuale:

- A) Ci si basa solo su insiemi di unità statistiche elementari.
- B) Si assegna un numero d'ordine progressivo a ogni unità della popolazione e si considerano solo le unità aventi numero pari.
- C) Le singole unità della popolazione hanno la stessa probabilità di entrare a far parte del campione.
- D) I campioni hanno numerosità massima pari a 2.

41) Nel campionamento bernoulliano:

- A) Ogni unità statistica può entrare a far parte più volte del campione.
- B) Le unità statistiche sono estratte insieme senza reimmissione.
- C) La probabilità di estrazione è variabile.
- D) Tutte le unità statistiche entrano a far parte del campione.

**42) Una statistica è:**

- A) Una variabile casuale definita su campioni.
- B) Un valore osservato.
- C) Un numero.
- D) Un intervallo di valori.

**43) Una distribuzione campionaria è:**

- A) La distribuzione di probabilità di un campione osservato.
- B) La distribuzione di probabilità di una statistica.
- C) Il valore osservato di un parametro della popolazione.
- D) L'insieme di campioni estratti da una popolazione senza reimmissione.

**44) La media della distribuzione della media campionaria:**

- A) È sempre maggiore della media della popolazione oggetto di osservazione.
- B) Dipende dallo schema di campionamento adottato.
- C) Coincide con la media della popolazione oggetto di osservazione.
- D) È pari al rapporto tra la media della popolazione oggetto di osservazione e lo scarto quadratico medio campionario.

**45) Lo stimatore di un parametro  $\theta$ ?**

- A) Coincide con la stima di  $\theta$ .
- B) È una variabile casuale.
- C) È unico.
- D) È una funzione dei dati della popolazione.

**46) Cosa si intende per stima puntuale di un parametro?**

- A) La stima di un parametro in un dato punto dell'universo dei campioni.
- B) La stima più attendibile di un dato parametro della popolazione.
- C) La stima attraverso la quale si giunge alla determinazione di un solo valore numerico per il parametro da stimare.
- D) Un metodo che dà luogo ad uno stimatore del parametro.

**47) Cos'è un intervallo di confidenza?**

- A) Un intervallo di valori all'interno del quale è contenuto il coefficiente di correlazione con una prestabilita «fiducia».

- B) Un intervallo di valori che si ritiene contenga il vero parametro della popolazione con una prestabilita «fiducia».
- C) Un intervallo di valori all'interno del quale è contenuta la differenza media con ripetizione con una prestabilita «fiducia».
- D) L'intervallo dei valori assunti dagli indici normalizzati.

48) **Cosa si intende per ipotesi statistica?**

- A) Un'affermazione sulla distribuzione di probabilità di una variabile casuale.
- B) Un'affermazione sulla distribuzione di frequenze di una variabile statistica.
- C) Un'affermazione sulla variabilità dei rapporti statistici.
- D) Un'affermazione sulla distribuzione congiunta di due caratteri statistici.

49) **In cosa consiste la fase di verifica nella teoria delle ipotesi?**

- A) Nel formulare, sulla base di dati campionari, un giudizio che induca ad accettare o a rifiutare l'ipotesi nulla, con un prefissato livello di probabilità.
- B) Nel calcolare gli scostamenti tra valori osservati di una variabile e valori teorici della stessa variabile desunti da un'osservazione campionaria.
- C) Nel formulare, sulla base di considerazioni teoriche, un giudizio che induca ad accettare o a rifiutare l'ipotesi nulla.
- D) Nel disporre tutte le osservazioni campionarie in modo da conservare solo quelle più efficienti.

50) **Si commette un errore di I tipo:**

- A) Nel considerare uno stimatore efficiente quando in realtà non lo è.
- B) Nel rifiutare l'ipotesi nulla quando in realtà è vera.
- C) Nell'accettare l'ipotesi nulla quando in realtà è falsa.
- D) Nel considerare uno stimatore corretto quando in realtà non lo è.

51) **Cos'è la potenza del test?**

- A) Il grado di attendibilità di un'ipotesi statistica.
- B) Un altro modo di definire la proprietà della correttezza di uno stimatore.

- C) La probabilità di rigettare l'ipotesi nulla quando è falsa.
- D) La probabilità di ottenere in una sola prova l'evento considerato.

52) Cosa indica il livello di confidenza?

- A) L'errore che si commette nell'accettare l'ipotesi nulla quando essa è falsa.
- B) La fiducia che si ha nel non commettere errori quando il valore del test cade nella regione di accettazione.
- C) La probabilità di commettere un errore di II tipo.
- D) L'ampiezza della regione critica.

53) Lo stimatore  $T(X)$  corretto della varianza campionaria  $\sigma^2$  della popolazione è:

- A)  $S^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \mu)$ .
- B)  $S^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (X_i - \mu)^2$ .
- C)  $S^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \mu)^2$ .
- D)  $S^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (X_i - \mu)$ .

54) Sia data una popolazione di cui si voglia stimare la varianza  $\sigma^2$  e di cui non sia noto il valore medio  $\mu$ , qual è l'espressione dell'intervallo di confidenza per la stima della varianza?

- A)  $\left[ \frac{(n-1)s^2}{\chi_{\alpha/2; n-1}^2}; \frac{(n-1)s^2}{\chi_{1-\alpha/2; n-1}^2} \right]$ .
- B)  $\left[ \frac{n s^2}{t_{\alpha/2; n-1}}; \frac{n s^2}{t_{1-\alpha/2; n-1}} \right]$ .
- C)  $\left[ \frac{(n-1)s^2}{t_{1-\alpha/2; n-1}}; \frac{(n-1)s^2}{t_{\alpha/2; n-1}} \right]$ .
- D)  $\left[ \frac{s^2}{n \chi_{1-\alpha/2; n-1}^2}; \frac{s^2}{n \chi_{\alpha/2; n-1}^2} \right]$ .

## 55) Cosa si intende per errore quadratico medio?

- A) La media dei quadrati degli errori sistematici.
- B) La media dei quadrati degli errori casuali.
- C) Il quadrato della differenza tra lo stimatore e la sua media.
- D) Il valore medio della differenza al quadrato tra lo stimatore e il parametro da stimare.

## 56) Uno stimatore si dice consistente se:

- A) Il suo valore medio è il doppio del valore del parametro da stimare.
- B) Il suo valore medio è la metà del valore del parametro da stimare.
- C) Al crescere della numerosità campionaria  $n$ , tende a concentrarsi completamente sul parametro da stimare.
- D) Il suo errore quadratico medio è superiore a quello di qualunque altro stimatore del parametro.

57) Uno stimatore  $T(X)$  corretto (o non distorto):

- A) È il più rappresentativo degli stimatori.
- B) È tale che la distorsione  $d(\theta) = \theta - E[T(X)] = 0$  dove  $\theta$  è il parametro da stimare e  $E[T(X)]$  è il valore medio dello stimatore.
- C) È tale quando  $E[T(X)] = \theta^2$  dove  $\theta$  è il parametro da stimare.
- D) È tale che il suo valore medio è nullo.

## 58) La sufficienza di uno stimatore:

- A) È una proprietà non definibile per tutti gli stimatori.
- B) È definibile solo intuitivamente.
- C) È una proprietà sufficiente per considerare accettabile uno stimatore.
- D) È la proprietà in base alla quale lo stimatore non disperde alcuna delle informazioni ricavabili dai dati campionari sul parametro da stimare.

59) Sia data una popolazione normale con varianza nota  $\sigma^2$ . Volendo verificare l'ipotesi nulla  $H_0 : \mu = \mu_0$  contro l'ipotesi alternativa  $H_1 : \mu \neq \mu_0$ , il test da utilizzare è:

- A)  $\frac{\bar{X} - \mu_0}{\sigma^2}$ .
- B)  $\frac{\bar{X} - \mu_0}{\sigma^2} n$ .

C)  $\frac{\bar{X} - \mu_0}{\sigma} n^2$ .

D)  $\frac{\bar{X} - \mu_0}{\sigma / \sqrt{n}}$ .

60) Volendo verificare l'ipotesi nulla  $H_0 : \sigma^2 = \sigma_0^2$  contro l'ipotesi alternativa  $H_1 : \sigma^2 \neq \sigma_0^2$  da una popolazione normale da cui si estrae un campione casuale di ampiezza  $n$ , che fornisce la stima  $S^2$  della varianza, il test da utilizzare è:

A)  $\frac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2}$ .

B)  $\frac{\sigma_0^2}{S^2}$ .

C)  $\frac{n\sigma_0^2}{S^2}$ .

D)  $\frac{nS^2}{\sigma_0^2}$ .

## RISPOSTE COMMENTATE AL QUESTIONARIO N. 2

### 1) Risposta esatta: **A** (Punti 2)

Esempi classici di **prove** sono forniti dal lancio di una moneta, dall'estrazione di una pallina da un'urna ecc.

### 2) Risposta esatta: **B** (Punti 2)

In altri termini, l'evento C si verifica se si verifica A, B o A e B **contemporaneamente**.

La risposta A) indica l'evento intersezione di due eventi.

### 3) Risposta esatta: **C** (Punti 3)

Due eventi si dicono **necessari** se la loro unione è l'evento certo.

### 4) Risposta esatta: **D** (Punti 1)

Un evento è **impossibile** quando il numero dei casi favorevoli al suo verificarsi è 0.

Un esempio di evento impossibile è costituito dall'estrazione di una pallina rossa da un'urna contenente palline nere.

### 5) Risposta esatta: **B** (Punti 2)

Se l'evento A è incluso nell'evento B allora la loro intersezione è rappresentata proprio da A.

### 6) Risposta esatta: **A** (Punti 1)

Per fare in modo che la teoria della probabilità assumesse la veste di scienza matematica, Kolmogorov nel 1933 ha affrontato le problematiche connesse alla probabilità secondo il metodo tipico delle scienze deduttive. Infatti, nel proporre l'assiomatizzazione del calcolo delle probabilità, ha introdotto i concetti primitivi di prova, evento e probabilità, ha enunciato tre **assiomi** o **postulati** e, sulla base di questi ultimi, ha dimostrato numerosi teoremi.

### 7) Risposta esatta: **D** (Punti 3)

Si tratta di uno dei **teoremi** dimostrati nel processo di assiomatizzazione del calcolo delle probabilità.

### 8) Risposta esatta: **C** (Punti 2)

Due eventi A e B si dicono **indipendenti** se il verificarsi dell'uno non altera la probabilità del verificarsi dell'altro. Per il principio delle probabilità composte, la

probabilità del contemporaneo verificarsi di due eventi indipendenti è pari al prodotto delle rispettive probabilità.

9) Risposta esatta: **B** (Punti 3)

Gli elementi dello spazio campione sono  $6 \times 6 = 36$  e sono coppie ordinate di numeri.

10) Risposta esatta: **C** (Punti 2)

Lo spazio campione risultante dal lancio di tre monete è:

(T, T, T); (T, T, C); (T, C, C); (T, C, T); (C, T, T); (C, T, C); (C, C, T); (C, C, C)

11) Risposta esatta: **D** (Punti 3)

Occorre calcolare il numero di combinazioni senza ripetizione di 6 elementi a 2 a 2; ossia:

$$\binom{6}{2} = \frac{6 \times 5}{2 \times 1} = 15$$

12) Risposta esatta: **A** (Punti 1)

La *probabilità* è un numero associato al verificarsi di un evento ed esprime il grado di aspettativa circa il suo verificarsi. Nonostante si tratti di un concetto primitivo, la probabilità ha ricevuto nel tempo definizioni diverse. Tra queste la più usata è quella **classica**, che considera la probabilità come il rapporto tra il numero dei casi favorevoli al verificarsi di un evento e il numero dei casi possibili, purché siano tutti ugualmente possibili.

13) Risposta esatta: **D** (Punti 2)

La **somma** o **unione** di due (o più) eventi è l'evento costituito dagli eventi elementari dell'uno o dell'altro, considerando una sola volta gli eventuali eventi elementari comuni.

Il **prodotto** o **intersezione** di due (o più) eventi è l'evento costituito dagli eventi elementari comuni all'uno e all'altro.

14) Risposta esatta: **B** (Punti 2)

Due o più **eventi incompatibili** si dicono *necessari* se uno di essi deve obbligatoriamente verificarsi. Ad esempio, estraendo un cilindretto nel gioco della tombola, l'evento «uscita del numero 1» è incompatibile con l'evento «uscita del numero 56». Tuttavia, gli eventi «uscita del numero 1», «uscita del numero 2» ..., fino ad arrivare a «uscita del numero 90» sono necessari poiché esauriscono la totalità dei casi possibili.

15) Risposta esatta: **D** (Punti 2)

Premesso che  $N$  indica la numerosità della popolazione, mentre  $n$  indica la numerosità campionaria, la *scelta casuale* può essere eseguita mediante:

- **estrazione con ripetizione**, detta anche *bernoulliana*, che lascia invariata la popolazione di origine a seguito di ogni estrazione, in quanto presuppone che ogni elemento estratto venga rimesso nella popolazione in modo da mantenere costante (uguale a  $1/N$ ) la probabilità di estrazione di ciascun elemento;
- **estrazione senza ripetizione**, la quale riduce di un'unità la popolazione di origine a seguito di ogni estrazione, per cui le probabilità di estrazione del primo, del secondo, ..., dell' $n$ -esimo elemento del campione saranno rispettivamente:

$$\frac{1}{N}, \frac{1}{N-1}, \dots, \frac{1}{N-n+1}$$

### 16) Risposta esatta: **A** (Punti 2)

La **probabilità condizionata** di  $B$  dato che si è verificato  $A$  è data da:

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \quad \text{con } P(B) > 0$$

dove:

$P(A \cap B)$  è la probabilità dell'evento intersezione dei due eventi;

$P(B)$  è la probabilità dell'evento  $B$ .

### 17) Risposta esatta: **D** (Punti 2)

Il **Teorema di Bayes** definisce la probabilità a posteriori  $P(H_i|E)$  che l'evento  $E$  che si è verificato sia dovuto alla causa  $H_i$ , conoscendo le probabilità a priori  $P(H_1), P(H_2) \dots$  delle cause  $H_1, H_2, \dots$ , e i fattori di verosimiglianza o probabilità probative  $P(E|H_1), P(E|H_2), \dots$

La formula di Bayes per la *probabilità a posteriori* è:

$$P(H_i|E) = \frac{P(H_i)P(E|H_i)}{\sum_{j=1}^m P(H_j)P(E|H_j)} \quad \forall i = 1, 2, \dots, m$$

### 18) Risposta esatta: **B** (Punti 3)

La **legge dei grandi numeri** o *legge empirica del caso* fornisce la cosiddetta «definizione frequentistica di probabilità», secondo cui effettuando un esperimento un gran numero di volte si osserva che il rapporto (frequenza relativa) fra il numero di volte in cui si produce l'evento e il numero di esperimenti effettuati tende ad avvicinarsi sempre più alla probabilità  $P(E)$ .

### 19) Risposta esatta: **A** (Punti 3)

Infatti, ad ogni elemento dello spazio dei campioni corrisponde uno ed un solo valore della **variabile casuale** (v.c.). Si sottolinea, comunque, che la corrispondenza tra eventi e numeri creata dalla v.c. è ben definita ma non deve essere necessariamente biunivoca, cioè a più eventi può corrispondere un solo valore della v.c.

La risposta B) è falsa in quanto una v.c. va sempre riferita ad uno spazio campione e quindi ad un esperimento casuale e non genericamente a degli eventi.

La risposta C) è falsa in quanto una v.c. può assumere, in generale, sia valori positivi sia negativi. Sono piuttosto i valori assunti dalle funzioni di probabilità che possono essere solo positivi essendo la probabilità di un evento compresa tra 0 e 1.

La risposta D) è errata in quanto una v.c. può essere anche definita come una variabile che può assumere, prima dell'esperimento, un valore qualsiasi, ma dopo l'esperimento assume uno ed un solo valore numerico, detto determinazione della v.c.

## 20) Risposta esatta: **C** (Punti 2)

Infatti, la **funzione di ripartizione** di una v.c. discreta è definita da:

$$F(x) = P(X \leq x) = \sum_{x_i \leq x} p(x_i)$$

Essa è non decrescente, compresa sempre tra 0 e 1, ed è tale per cui:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} F(x) = 0 \text{ e } \lim_{x \rightarrow +\infty} F(x) = 1$$

Per v.c. continue la  $F(x)$  è definita da:

$$F(x) = P(X \leq x) = \int_{-\infty}^x f(\psi) d(\psi)$$

Si tratta, in sostanza, di una funzione che fornisce la «somma» delle probabilità di tutti i valori assunti dalla variabile che sono minori o uguali di un certo valore  $x$ .

La risposta A) è falsa in quanto, come sopra definito, una funzione di ripartizione può essere definita anche per v.c. discrete.

La risposta B) è falsa. Infatti, la  $F(x)$  di una v.c. continua può essere espressa come integrale della funzione di densità di probabilità.

La risposta D) è falsa. Infatti, la funzione di ripartizione di una v.c. esprime la probabilità che la v.c. assuma un valore inferiore o uguale ad un valore fissato e quindi non può assumere valori negativi poiché la probabilità di un evento assume valori compresi tra 0 e 1.

## 21) Risposta esatta: **C** (Punti 2)

Una variabile casuale ha una configurazione analoga a quella di una variabile statistica, ma ne differisce perché, in corrispondenza delle singole modalità, non compaiono le frequenze (assolute o relative), quanto piuttosto le probabilità.

Ne consegue che l'insieme delle probabilità dei diversi valori possibili di una variabile casuale costituisce una **distribuzione di probabilità** (simile, in sostanza, ad una distribuzione di frequenza) di tale variabile casuale.

## 22) Risposta esatta: **D** (Punti 2)

La **speranza matematica** corrisponde al valore medio di una distribuzione di probabilità di una variabile casuale.

Per una v.c. discreta è pari a:

$$E(X) = x_1 p_1 + x_2 p_2 + \dots + x_n p_n = \sum_{i=1}^n x_i p_i$$

Nel lancio di un dado avremo che:

$$\begin{array}{cccccc} x_1 = 1 & x_2 = 2 & x_3 = 3 & x_4 = 4 & x_5 = 5 & x_6 = 6 \\ p_1 = \frac{1}{6} & p_2 = \frac{1}{6} & p_3 = \frac{1}{6} & p_4 = \frac{1}{6} & p_5 = \frac{1}{6} & p_6 = \frac{1}{6} \end{array}$$

(poiché ogni faccia ha 1 probabilità su 6 di uscire).

Di conseguenza:

$$E(X) = \left(1 \cdot \frac{1}{6}\right) + \left(2 \cdot \frac{1}{6}\right) + \left(3 \cdot \frac{1}{6}\right) + \left(4 \cdot \frac{1}{6}\right) + \left(5 \cdot \frac{1}{6}\right) + \left(6 \cdot \frac{1}{6}\right) = 3,5$$

### 23) Risposta esatta: **A** (Punti 2)

La v.c. **discreta uniforme** può infatti assumere i valori  $x_1, x_2, \dots, x_n$  con funzione di probabilità  $f(x) = \frac{1}{n} \forall i$  per cui  $P(X = x_i) = \frac{1}{n}$  cioè ogni valore  $x_1, x_2, \dots, x_n$  ha la stessa probabilità  $\frac{1}{n}$  di verificarsi.

Un esempio di v.c. uniforme si ha in riferimento al lancio di un dado dove ogni evento (consistente nell'uscita di una faccia del dado) ha la stessa probabilità di verificarsi.

La risposta B) è errata in quanto la dicotomicità non è condizione necessaria per la uniforme ma per la binomiale.

La risposta C) è falsa. Infatti la v.c. uniforme assume valori compresi tra 0 e 1.

### 24) Risposta esatta: **A** (Punti 3)

Infatti, la funzione della **normale standardizzata** si ottiene effettuando la trasformazione della v.c.  $X \sim N(\mu, \sigma^2)$  nella v.c.  $Z \sim N(\mu = 0, \sigma^2 = 1)$ .

Operando tale trasformazione si ottiene, considerando la funzione di distribuzione di probabilità, che:

$$\int_a^b f(x) dx = \int_{z_a}^{z_b} f(z) dz \int_{z_a}^{z_b} f(z) dz \quad \text{con } z_a = \frac{(a - \mu)}{\sigma}; z_b = \frac{(b - \mu)}{\sigma}$$

dove  $f(z)$  è la funzione di densità di probabilità della v.c. normale  $Z$  con media  $\mu = 0$  e varianza  $\sigma^2 = 1$ . Tale variabile casuale è appunto detta v.c. normale standardizzata. La risposta B) è errata essendo vera la A).

La risposta C) è errata in quanto la distribuzione normale, come sappiamo, è simmetrica rispetto alla media e la standardizzata ha una distribuzione normale.

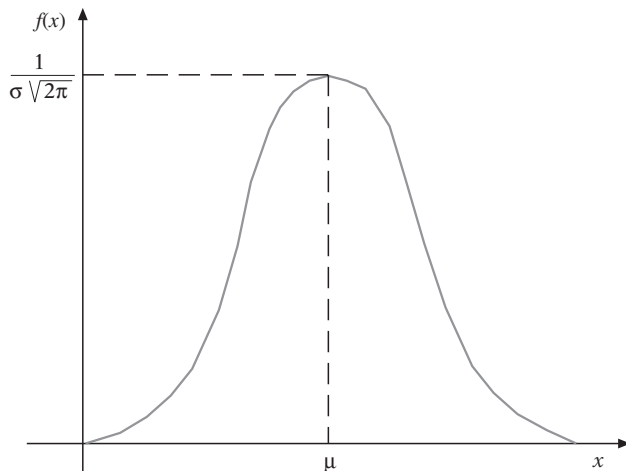
La risposta D) è errata. Infatti la funzione di densità di probabilità della standardizzata è:

$$f(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{z^2}{2}\right)$$

25) Risposta esatta: **B** (Punti 2)

Infatti, il coefficiente di asimmetria di una **distribuzione normale** è nullo.

La simmetria della distribuzione normale è, in ogni caso, evidente dalla sua rappresentazione grafica:



Quindi, la v.c. normale assume un qualsiasi valore all'interno di un intervallo reale.

La risposta C) è falsa in quanto la distribuzione normale è tale che quanto più  $x$  si allontana da  $\mu$  tanto più  $f(x)$  decresce e tende asintoticamente a zero, come è facile notare dal grafico della distribuzione.

La risposta D) è falsa in quanto è lo scarto quadratico medio  $\sigma$  che caratterizza la forma della distribuzione normale, misurando la dispersione dei valori attorno all'ordinata massima della curva. Il valore medio  $\mu$ , indicato anche come *centro della distribuzione*, caratterizza la posizione della curva sull'asse delle ascisse. Quindi, al variare di  $\mu$  la curva si sposta lungo l'asse  $x$ , ma ne resta invariata la forma.

26) Risposta esatta: **D** (Punti 3)

Infatti, la distribuzione binomiale è definita dalla seguente funzione di probabilità:

$$P(X = x) = \binom{n}{x} p^x q^{n-x}$$

dove:

- $\binom{n}{x}$  sono tutte le possibili sequenze di prove in cui si sono verificati  $x$  successi;
- $p$  è la probabilità di successo in ciascuna prova;
- $q$  è la probabilità di insuccesso in ciascuna prova.

In sostanza, la funzione esprime la probabilità che l'evento «successo» si presenti esattamente  $x$  volte in  $n$  prove indipendenti (cioè che si abbiano  $x$  successi e  $n - x$  insuccessi).

Quindi, la distribuzione binomiale può essere utilizzata in tutti i casi in cui gli esiti di una prova possono essere ridotti a due (successo-insuccesso) come, per esempio, nel caso del controllo di qualità di un pezzo che viene classificato difettoso oppure non difettoso.

La risposta A) è falsa. Infatti, se  $n$  (numero delle prove) è grande e né  $p$  né  $q$  sono troppo prossimi allo zero, la distribuzione binomiale può essere bene approssimata da una *distribuzione normale standardizzata*, in cui la variabile standardizzata  $Z$  è definita da:

$$Z = \frac{X - np}{\sqrt{npq}}$$

L'approssimazione, quindi, migliora all'aumentare del numero delle prove e al limite (per  $n \rightarrow \infty$ ) la distribuzione binomiale e quella normale standardizzata coincidono.

La risposta B) è errata in quanto la distribuzione binomiale rappresenta la distribuzione di probabilità di prove ripetute *indipendenti*.

La risposta c) è falsa in quanto la distribuzione binomiale è una distribuzione discreta, potendo assumere valori solo in numero discreto. Infatti, la v.c. binomiale  $x$  assume i valori discreti  $0, 1, 2, \dots, n$  che rappresentano il numero di successi nelle  $n$  prove.

### 27) Risposta esatta: **C** (Punti 3)

Il grafico rappresentativo della distribuzione di probabilità di una v.c. binomiale con funzione di probabilità:

$$P(X = x) = \binom{n}{x} p^x q^{n-x}$$

presenta:

- **simmetria** se  $p = 0,5$ ; in tal caso, infatti, la probabilità  $p$  di successo in una prova è uguale alla probabilità  $1 - p = q$  di insuccesso in una prova;
- **asimmetria positiva** se  $p > 0,5$ ;
- **asimmetria negativa** se  $p < 0,5$ .

### 28) Risposta esatta: **D** (Punti 2)

È questa infatti la funzione di probabilità di una **distribuzione di Poisson**, in cui:

- $x$  indica il numero di successi in un numero molto elevato di prove indipendenti e può assumere i valori interi positivi:  $0, 1, 2, 3, \dots$ ;
- $\lambda = np$  è il valore medio, dove  $n$  è il numero delle prove ( $n$  tende all'infinito) e  $p$  è la probabilità di aver successo ( $p$  tende a zero).

La funzione esprime la probabilità di avere  $x$  successi in un numero molto elevato di prove indipendenti, essendo  $p$  molto piccola e  $np$  una quantità fissa.

La risposta A) è falsa in quanto la distribuzione binomiale è ben approssimata da una distribuzione di Poisson quando  $n$  (il numero delle prove) è molto grande e  $p$  (la probabilità del presentarsi di un evento) è vicina allo zero. In tal caso, nella distribuzione di Poisson,  $\lambda = np$ , essendo  $\lambda$  il valore medio della distribuzione.

D'altra parte, la distribuzione di Poisson può essere ottenuta dalla distribuzione binomiale per  $n$  che tende a  $\infty$  e  $p$  che tende a 0.

La risposta B) è errata in quanto lo scarto quadratico medio di una distribuzione di Poisson è:

$$\sigma = \sqrt{\lambda}$$

dove  $\lambda = \sigma^2$

Si sottolinea, inoltre, che in una distribuzione di Poisson:

$$\mu = \lambda$$

cioè media e varianza coincidono.

La risposta C) è falsa. Infatti, una v.c.  $X$  distribuita come una Poisson assume i valori discreti 0, 1, 2, ... «numero di successi» in un numero molto elevato di prove.

### 29) Risposta esatta: **A** (Punti 3)

Infatti, la **variabile**  $\chi^2$  è definita da:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^g Z_i^2$$

dove le  $Z_i$  sono v.c. indipendenti distribuite secondo la legge normale con media 0 e varianza 1 e  $g$  è il numero di gradi di libertà della  $\chi^2$ .

Quindi, la variabile  $\chi^2$ , somma di quadrati, non può assumere valori negativi.

La risposta B) è falsa, in quanto la distribuzione  $\chi^2$  è asimmetrica.

La risposta C) è falsa, in quanto al variare del parametro  $g$  (gradi di libertà) la distribuzione  $\chi^2$  assume forme diverse.

La risposta D) è falsa. Infatti, una variabile  $t$  di Student è definita come rapporto tra una variabile normale standardizzata e la radice quadrata di una variabile  $\chi^2$  rapportata ai suoi gradi di libertà:

$$X = \frac{Z}{\sqrt{\frac{Y}{g}}}$$

dove le variabili  $Z$  e  $Y$  sono tra loro indipendenti.

### 30) Risposta esatta: **D** (Punti 3)

Infatti, essendo la binomiale somma di  $n$  v.c. Bernoulliane indipendenti e identicamente distribuite può essere approssimata per  $n \rightarrow \infty$  ad una normale con media  $\mu = np$  e varianza  $\sigma^2 = np(1-p)$ .

La risposta a) è falsa in quanto il **teorema del limite centrale** è applicabile qualunque sia la forma delle distribuzioni di probabilità delle v.c.  $X_1, X_2, \dots, X_n$ .

Esso stabilisce infatti che, data una successione di v.c. indipendenti ed identicamente distribuite (che hanno quindi tutte la stessa distribuzione di probabilità)

con media  $\mu$  e varianza  $\sigma^2$ , la variabile casuale  $S_n = \sum_{i=1}^n X_i$  tende ad assumere una distribuzione normale al crescere di  $n$  con  $E(S_n) = n\mu$  e varianza  $\text{Var}(S_n) = n\sigma^2$ .

31) Risposta esatta: **A** (Punti 1)

La variabile casuale gaussiana è simmetrica rispetto al **valore medio**; quest'ultimo coincide con la **mediana**, che, essendo massima la funzione di densità in corrispondenza di tale valore, coincide anche con la **moda**.

32) Risposta esatta: **A** (Punti 2)

A prescindere dal loro numero, siano esse indipendenti o meno, la somma o la media di variabili casuali che presentano distribuzione normale ha **sempre distribuzione normale**.

33) Risposta esatta: **C** (Punti 3)

La v.c. **chi-quadrato** è data dalla somma di  $g$  v.c. normali standardizzate e indipendenti al quadrato; in simboli:

$$X = \sum_{i=1}^g Z_i^2$$

34) Risposta esatta: **B** (Punti 1)

Una v.c. è, invece, **continua** se i valori che essa assume sono tutti quelli di un intervallo reale.

35) Risposta esatta: **C** (Punti 3)

La **funzione di densità di probabilità** di una v.c. continua deve assumere valori positivi o nulli e l'area sottesa alla curva deve essere pari a 1.

36) Risposta esatta: **B** (Punti 2)

Geometricamente, la **funzione di ripartizione** può essere interpretata come l'area sottesa alla funzione di densità da un prefissato limite a un valore numerico.

37) Risposta esatta: **B** (Punti 1)

La variabile **Tempo di guasto di un elemento** rappresenta una realizzazione di una v.c. continua proprio perché assume valori in un intervallo reale.

38) Risposta esatta: **B** (Punti 3)

L'espressione della **varianza** per una v.c. discreta è invece:

$$Var(X) = \sum_{i=1}^{\infty} (x_i - \mu)^2 p_i$$

39) Risposta esatta: **C** (Punti 3)

La **covarianza** è un indicatore della dipendenza lineare tra due v.c., per cui se le stesse sono tra loro indipendenti allora la covarianza è nulla.

40) Risposta esatta: **C** (Punti 1)

Il **campionamento casuale semplice** è solo la procedura di scelta casuale più semplice; essa consiste nell'assegnare un numero d'ordine progressivo alle unità costituenti il collettivo statistico.

41) Risposta esatta: **A** (Punti 2)

Il **campionamento bernoulliano**, detto anche campionamento con ripetizione, è una modalità di estrazione di campioni.

42) Risposta esatta: **A** (Punti 3)

Una **statistica** indica una funzione a valori reali delle osservazioni sul campione casuale.

43) Risposta esatta: **B** (Punti 3)

La **distribuzione campionaria** è la distribuzione di probabilità di una statistica e sta a designare l'insieme dei valori che essa può assumere estraendo più campioni di uguale dimensione dalla popolazione.

44) Risposta esatta: **C** (Punti 3)

La coincidenza tra **media della distribuzione della media campionaria** e media dell'universo è verificata dal teorema del limite centrale.

45) Risposta esatta: **B** (Punti 3)

Dato un campione casuale  $x_1, x_2, \dots, x_n$  di determinazioni di un carattere  $X$ , si può determinare una costante (ad esempio la media) che caratterizzi la sua distribuzione.

È possibile utilizzare questa costante caratteristica come una *stima* di un parametro del carattere  $X$ , anche se ciò comporta un certo margine di errore. Si definisce allora **stimatore** la v.c. descritta dai diversi valori che può assumere una stima al variare del campione estratto.

46) Risposta esatta: **C** (Punti 2)

Per un determinato parametro della massa, si chiama **stima puntuale** la stima che di esso fornisce il «solo» campione estratto.

47) Risposta esatta: **B** (Punti 3)

La stima puntuale di un parametro  $\theta$  sulla base di un campione  $x_1, x_2, \dots, x_n$  non fornisce alcuna indicazione sulla probabilità che il valore calcolato sia prossimo a quello reale del parametro incognito.

Tale tipo di informazioni può, però, essere fornito dalla **stima per intervallo**. Questa procedura, infatti, permette di ottenere informazioni sia sul valore numerico del parametro incognito sia sulla attendibilità della stessa stima.

La probabilità che il valore del parametro  $\theta$  da stimare sia compreso nell'intervallo di fiducia  $(\theta_1; \theta_2)$  è:

$$P(\theta_1 \leq \theta \leq \theta_2) = 1 - \alpha$$

dove  $1 - \alpha$  è detto livello di fiducia; quindi  $\alpha$ , che è il **livello di significatività**, esprime la probabilità di compiere un errore affermando che il valore del parametro  $\theta$  da stimare è compreso nell'intervallo  $(\theta_1, \theta_2)$ .

Gli intervalli utilizzati praticamente sono generalmente dettati più da specifiche convenzioni che da esigenze oggettive. In generale, un livello di confidenza più elevato richiede il riferimento a campioni più ampi e numerosi e, quindi, un maggior costo e tempi più lunghi.

A parità di valore del livello di significatività  $\alpha$ , al crescere della dimensione del campione, gli estremi dell'intervallo di confidenza si restringono. Infatti, all'aumentare della numerosità, il campione diventa maggiormente rappresentativo della popolazione, diminuisce lo scarto quadratico medio dello stimatore e quindi aumenta la precisione delle stime campionarie.

#### 48) Risposta esatta: **A** (Punti 2)

Nella *teoria delle ipotesi* si formula un'**ipotesi statistica** denominata *ipotesi nulla* e indicata con  $H_0$ , la quale dev'essere verificata contro un'*ipotesi alternativa* indicata con  $H_1$ .

#### 49) Risposta esatta: **A** (Punti 3)

Al fine di effettuare la **verifica di un'ipotesi** si utilizza un idoneo *test* che non è altro che una funzione delle osservazioni campionarie, la cui distribuzione è nota sotto la condizione che l'ipotesi formulata sia vera.

#### 50) Risposta esatta: **B** (Punti 2)

L'**errore di I tipo** consiste nel rifiutare l'ipotesi nulla quando è vera. Si commette, invece, *errore di II tipo* accettando l'ipotesi nulla quando è falsa.

#### 51) Risposta esatta: **C** (Punti 2)

La probabilità di **rigettare l'ipotesi nulla** quando è falsa viene indicata con  $1 - \beta$ .

#### 52) Risposta esatta: **B** (Punti 3)

La risposta A) è falsa in quanto definisce l'errore di II tipo.

La risposta D) definisce, invece, il livello di significatività del test.

#### 53) Risposta esatta: **C** (Punti 2)

La media della distribuzione **varianza campionaria corretta** è:

$E(S^2) = \sigma^2$ , essa coincide con la varianza della popolazione.

54) Risposta esatta: **A** (Punti 3)

Supponendo che la popolazione abbia una distribuzione normale, la variabile:

$$\frac{(n-1)S^2}{\sigma^2}$$

è distribuita come una **variabile casuale**  $\chi^2$  con  $g = n-1$  gradi di libertà.

55) Risposta esatta: **D** (Punti 3)

L'**errore quadratico medio** è pari alla varianza dello stimatore più il quadrato della sua distorsione.

56) Risposta esatta: **C** (Punti 3)

La **consistenza** è una *proprietà asintotica* che gli stimatori devono possedere. Si distingue tra consistenza *in probabilità* data da:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} P(|T_n(X) - \theta| < \varepsilon) = 1 \quad \forall \varepsilon > 0$$

e consistenza *in media quadratica* data da:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} E(T_n(X) - \theta)^2 = 0$$

57) Risposta esatta: **B** (Punti 3)

Uno **stimatore** è **corretto** quando il suo valore medio  $E[T(X)]$  coincide con il valore del parametro  $\theta$  da stimare per qualsiasi suo valore:

$$E[T(X)] = \theta$$

Se, invece, tale uguaglianza non si verifica, l'espressione  $d(\theta) = \theta - E[T(X)]$  esprime la *tendenziosità* o *distorsione* dello stimatore.

La risposta A) è falsa in quanto, per essere rappresentativo, uno stimatore, oltre ad essere corretto, deve essere anche *efficiente*.

La risposta C) è falsa in quanto uno stimatore  $T(X)$  di un parametro  $\theta$  è corretto quando:

$$E[T(X)] = \theta \quad \text{per qualunque valore di } T(X)$$

58) Risposta esatta: **D** (Punti 2)

La proprietà di **sufficienza di uno stimatore** implica che se  $X$  è una v.c. e se ne vuole stimare il parametro  $\theta$ , le v.c. campionarie ottenute da  $X$  sono utilizzate in modo tale che tutte le informazioni che possiedono su  $\theta$  sono utilizzate dallo stimatore  $T(X) = T(X_1, \dots, X_n)$ .

59) Risposta esatta: **D** (Punti **2**)

Se l'ipotesi nulla è vera, il test:

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\sigma / \sqrt{n}}$$

al variare del campione, si distribuisce come una **variabile casuale normale standardizzata**.

60) Risposta esatta: **A** (Punti **3**)

Se l'ipotesi nulla è vera, il test

$$X^2 = \frac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2}$$

al variare del campione, si distribuisce come una **variabile casuale**  $\chi^2$  con  $n - 1$  gradi di libertà.

**SCHEMA DI VALUTAZIONE**

<b>Oltre</b>									
<b>Tra</b>	<b>104</b>	<b>e</b>	<b>126</b>	<b>punti:</b>	<b>ottimo</b>				
<b>Tra</b>	<b>81</b>	<b>e</b>	<b>103</b>	<b>punti:</b>	<b>buono</b>				
<b>Tra</b>	<b>59</b>	<b>e</b>	<b>80</b>	<b>punti:</b>	<b>discreto</b>				
<b>Meno di</b>			<b>59</b>	<b>punti:</b>	<b>sufficiente</b>				
				<b>punti:</b>	<b>insufficiente</b>				

