LE PREFERENZE DEL CONSUMATORE E LA FUNZIONE DI UTILITÀ

Sommario: 1. Le preferenze. - 2. Le curve di indifferenza. - 3. La funzione di utilità. - 4. L'utilità totale e marginale. - 5. Utilità marginali e saggio marginale di sostituzione. - 6. Funzioni di utilità.

1. LE PREFERENZE

Le *preferenze* esprimono i gusti degli individui riguardo al consumo di beni. Per spiegare il comportamento dei consumatori, gli economisti formulano tre ipotesi fondamentali sulle proprietà delle preferenze, definiti *assiomi*. Per semplicità chiamiamo queste proprietà o assiomi *completezza*, *non sazietà* e *transitività*.

Trascuriamo di considerare il quarto assioma delle preferenze, cd. della *riflessività* secondo cui un paniere A è altrettanto gradito quanto se stesso, dato il suo significato tautologico.

Completezza. Secondo la proprietà della completezza, il consumatore è sempre in grado di stabilire un ordine di preferenza tra due panieri qualsiasi. In altre parole, quando un consumatore si trova davanti a due panieri di beni, X e Y, egli può classificarli in modo che o il consumatore preferirà X a Y ($X > Y$, dove il simbolo $>$ indica preferito) oppure Y a X $(Y > X)$ oppure sarà indifferente tra i due ($X \sim Y$, dove il simbolo $\sim$ indica indifferente).

Non sazietà (monotonicità). Il paniere X è composto da tre mele e due panini, il paniere Y da tre mele e tre panini. Secondo l'assioma della monotonicità o non sazietà delle preferenze, il consumatore preferirà certamente Y a X $(Y > X)$. In termini più generali, dati due panieri che contengono uguali quantità di un bene (le mele) e diverse quantità dell'altro (i panini), il consumatore preferirà sempre il paniere in cui è presente una quantità maggiore di almeno un bene.

Transitività. Le preferenze dei consumatori sono transitive, cioè, se il paniere X è preferito al paniere Y e quest'ultimo è preferito al paniere Z, allora il paniere X è preferito a Z (se $X > Y$ e $Y > Z$, allora $X > Z$).

Copyright © Esselibri S.p.A.

2. LE CURVE DI INDIFFERENZA

Se valgono le proprietà di completezza, transitività e monotonicità è possibile rappresentare graficamente le preferenze del consumatore. Poiché la rappresentazione grafica è effettuata mediante un grafico a due dimensioni, limitiamo la nostra analisi a soli due beni ma il modello può essere generalizzato per considerare un numero qualsiasi di beni.

Consideriamo la scelta tra panini e mele: alcune delle possibili combinazioni di consumo dei due beni sono indicate nella figura 3.1.

In corrispondenza del paniere *P* il consumatore dispone di 4 panini e 5 mele. Utilizzando gli assiomi sulle preferenze è possibile individuare i panieri che sono preferiti a *P* e quelli che non sono preferiti a *P*: secondo l'ipotesi di *monotonicità* tutte le combinazioni che si trovano nell'area *A* sono preferite a *P* poiché contengono una quantità maggiore sia di panini che di mele rispetto al paniere *P*. All'inverso i panieri situati nell'area *B* sono ritenuti peggiori dal consumatore poiché contengono una quantità minore di entrambi i beni.

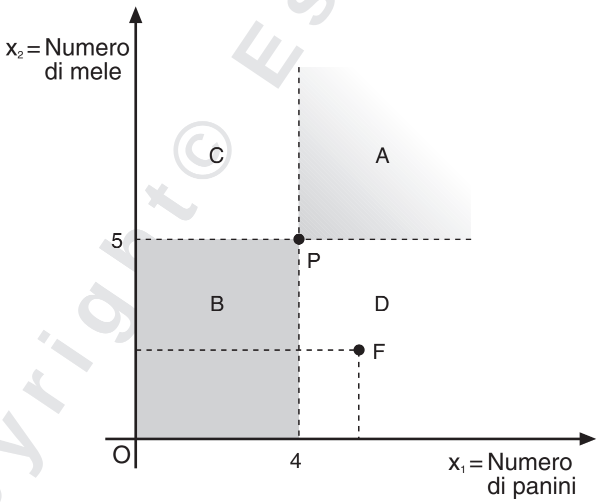

Fig. 3.1 - *L'insieme dei panieri preferiti*

Copyright© Esselibri S.p.A.

Gli altri panieri, situati nelle regioni *C* e *D*, potrebbero essere preferiti a *P* ma potrebbero anche non esserlo. Si consideri il paniere *F* nella regione *D*: è composto da un maggior numero di panini ma da un numero minore di mele rispetto a *P*. In tal caso l'assioma della *non sazietà* non ci permette di stabilire se *F* è preferito o meno a *P*.

Supponiamo, allora, di chiedere al nostro consumatore di individuare tutte le combinazioni dei due beni che gli danno la stessa soddisfazione. Utilizzando le sue risposte tracciamo la curva I_1, come nella figura 3.2, che unisce tutte le combinazioni di mele e panini che gli piacciono quanto *P*. La curva I_1 è detta **curva di indifferenza** e individua tutte le combinazioni dei due beni che danno al consumatore la stessa soddisfazione.

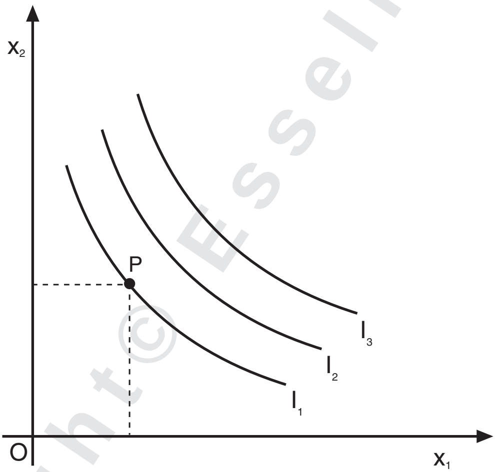

Fig. 3.2 - *Curve d'indifferenza*

L'esercizio che abbiamo appena concluso può essere ripetuto per ogni punto del grafico: ciascun paniere, dunque, appartiene a una curva di indifferenza e le preferenze del consumatore possono essere rappresentata da una mappa di curve di indifferenza come nella figura 3.2.

La figura 3.2 mostra tre curve di indifferenza: per l'ipotesi di non sazietà, ogni paniere sulla curva I_3 dà al consumatore un livello di soddisfazione maggiore rispetto a qualunque paniere sulla curva I_2; analogo ragionamento

Copyright © Esselibri S.p.A.

vale per i panieri sulla curva I_1. Pertanto, tanto più la curva di indifferenza è lontana dall'origine degli assi tanto maggiore risulta il livello di soddisfazione del consumatore; viceversa, a curve di indifferenza via via più vicine all'origine sono associati livelli di utilità decrescenti.

Le curve di indifferenza possono intersecarsi?

Le curve di indifferenza non possono intersecarsi. Infatti, in caso contrario verrebbero violati gli assunti della teoria del comportamento del consumatore.

Nella figura 3.3 sono rappresentate due curve di indifferenza che si intersecano in corrispondenza del paniere *C*. Per ipotesi della monotonicità, *A* è preferito a *B*. Dato che *B* e *C* giacciono sulla stessa curva di indifferenza I_1, B e C sono indifferenti per il consumatore; lo stesso dicasi per i panieri *A* e *C*, che giacciono sulla curva I_2. Quindi, per l'assioma della transitività, poiché $A \sim B$ e $B \sim C$ segue che $B \sim A$ cioè il consumatore è indifferente tra *A* e *B*; ciò, tuttavia, non è possibile poiché, come abbiamo detto, per l'ipotesi di non sazietà, il paniere *A* è preferito a quello *B*.

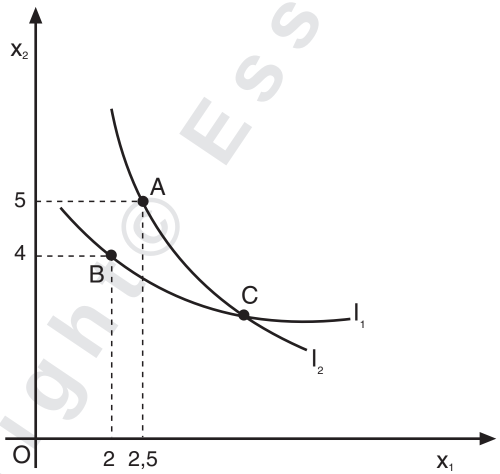

Fig. 3.3 - *Le curve d'indifferenza non si intersecano*

A) L'inclinazione negativa della curva d'indifferenza

Le curve di indifferenza hanno sempre inclinazione negativa (escludendo il caso di *mali* o dei *beni neutrali)*; infatti, due panieri *A* e *B* sono indiffe-

Copyright © Esselibri S.p.A.

renti per il consumatore se *A* ha una maggiore quantità di un bene e *B* maggiori quantità dell'altro bene.

Si consideri la figura 3.4a: supponiamo che il nostro consumatore abbia inizialmente il paniere *A*, composto da 5 panini e 10 mele. Poiché il paniere *B*, composto da 6 panini e 7 mele, si trova sulla stessa curva di indifferenza *I*, per il consumatore è indifferente consumare *A* o *B*. Partendo da *A*, egli è, cioè, disposto a spostarsi in *B*, rinunciando a tre mele per avere in cambio un panino (per lui, dunque, un panino «vale» tre mele).

Il ***saggio marginale di sostituzione*** *indica la quantità di bene che il consumatore sacrificherà per ottenere un'unità un più dell'altro bene in modo che la sua utilità complessiva rimanga invariata*. Nel nostro esempio il saggio marginale indica il numero di mele al quale il consumatore è disposto a rinunciare per ottenere un panino in più. In simboli:

$$\text{SMS} = \frac{\Delta x_2}{\Delta x_1} \tag{3.1}$$

dove Δx_2 e Δx_1 indicano, rispettivamente, il numero di mele e di panini scambiati. Nel nostro esempio il SMS = – 3/1 = – 3, il segno negativo indica che il consumatore è disposto a rinunciare a tre mele per ottenere un panino in più. Geometricamente, il saggio marginale di sostituzione è la pendenza della retta passante per i punti *A* e *B* (vedi grafico 3.4a). Per variazioni molto piccole dei due beni, il SMS approssima l'inclinazione della curva di indifferenza nel punto *A*.

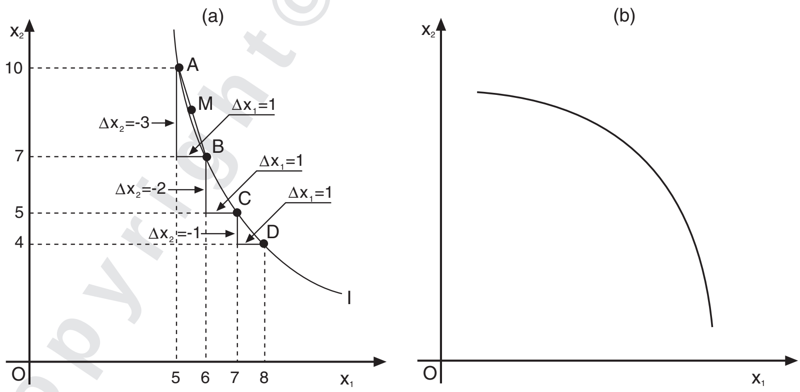

Fig. 3.4 - *L'inclinazione delle curve d'indifferenza*

Copyright © Esselibri S.p.A.

Una curva di indifferenza non deve essere necessariamente convessa verso l'origine anche se le osservazioni empiriche sul comportamento dei consumatori indicano che le curve di indifferenza della maggior parte delle persone lo sono. Le curve di indifferenza hanno questa forma perché, generalmente, i soggetti economici «razionali» sono poco propensi a rinunciare a beni la cui disponibilità è scarsa: la quantità di mele $\left(x_2\right)$ che il consumatore è disposto a cedere per un panino $\left(x_1\right)$ è bassa quando ha poche mele.

Si consideri la figura 3.4a: in corrispondenza del paniere *A*, particolarmente abbondante di mele, il consumatore è disposto a rinunciare a tre mele in cambio di un panino. In corrispondenza di *B*, meno ricco di mele, il consumatore è disposto a cederne due per un panino. In *C*, composto da 5 mele e 7 panini, il consumatore è disponibile a cedere solo una mela per un panino.

Questa disponibilità a cedere un minor numero di mele in cambio di un panino, a mano a mano che si riducono le mele e aumentano i panini, implica che il saggio marginale di sostituzione è decrescente.

Le curve di indifferenza sono concave (fig. 3.4b) quando il consumatore ha gusti «estremi» ossia preferisce panieri squilibrati (con molte mele e pochi panini o con molti panini e poche mele) rispetto a panieri bilanciati (con uguale numero di mele e panini). I consumatori possono avere curve di indifferenza concave quando i beni che compongono i panieri mal si prestano a essere utilizzati insieme (è il caso del gelato e delle olive: difficilmente un individuo li consumerebbe insieme).

Le curve di indifferenza concave, implicano un saggio marginale di sostituzione crescente: il consumatore è disposto a rinunciare a un numero sempre maggiore di mele per un panino a mano a mano che la quantità di mele in suo possesso diminuisce.

B) Altre forme delle curve di indifferenza: perfetti sostituti e perfetti complementi

Un caso particolare di curve di indifferenza riguarda i perfetti sostituti, beni che il consumatore ritiene equivalenti. Per uno studente che deve svolgere un compito in classe le penne blu e le penne nere sono perfettamente uguali: se inizialmente ha 5 penne blu e 4 penne nere, è disposto a rinunciare a una penna nera in cambio di una penna blu. Per lui i panieri *A* = (5 penne blu, 4 penne nere) e *B* = (6 penne blu, 3 penne nere) sono indifferenti e, quindi, appartengono alla stessa curva di indifferenza che ha la forma di una retta (figura 3.5). Il saggio marginale di sostituzione tra penne blue e nere è pari a – *1* (lo studente è disposto a rinunciare ad una

Copyright © Esselibri S.p.A.

penna nera in cambio di una penna blu un più) in ogni punto della curva di indifferenza.

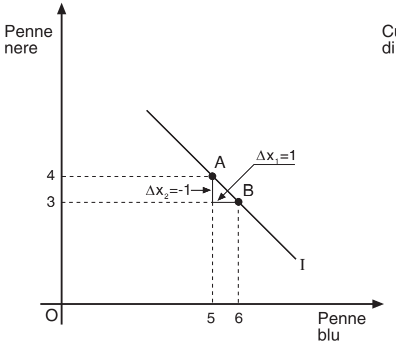

Fig. 3.5 - *Perfetti sostituti*

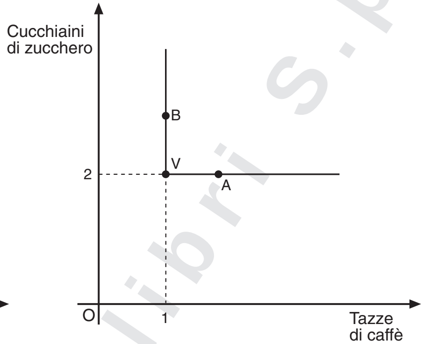

Fig. 3.6 - *Perfetti complementi*

L'altro caso è quello dei perfetti complementi, beni che il consumatore desidera consumare solo in proporzione fisse. L'esempio tipico è quello della tazza di caffè e dei cucchiaini di zucchero. Un consumatore desidera bere una tazzina di caffè con due cucchiaini di zucchero: la sua soddisfazione non aumenta se si aggiunge un altro cucchiaino di zucchero alla tazza di caffè o se ha più tazze di caffè ma solo due cucchiaini di zucchero. Le curve di indifferenza relative a tali beni sono ad angolo retto come quelle disegnate nella figura 3.6: partendo dal punto *V* (1 tazza di caffè, 2 cucchiaini di zucchero) l'utilità non varia se aumentiamo solo le tazze di caffè o solo i cucchiaini di zucchero. Per cui *A* e *B* sono indifferenti rispetto a *V*. L'unico modo per aumentare la soddisfazione del consumatore è aumentare contemporaneamente il numero di tazze di caffè e di cucchiaini di zucchero secondo la proporzione due cucchiaini di zucchero per ogni tazza di caffè.

3. LA FUNZIONE DI UTILITÀ

Secondo la moderna teoria del consumatore **l'utilità** è *un modo di descrivere, rappresentare le preferenze.*

La **funzione di utilità** è una relazione che assegna un valore numerico di utilità a ciascun paniere. Quanto maggiore è il valore numerico assegnato, tanto maggiore è la soddisfazione che il consumatore pensa di poter trar-

Copyright © Esselibri S.p.A.

re dall'acquisto di quel paniere. Un paniere *X* è preferito a un paniere *Y* se e solo se l'utilità di *X* è superiore all'utilità di *Y*.

Formalmente: $X > Y \Leftrightarrow U(X) > U(Y)$.

La caratteristica fondamentale della funzione di utilità è il modo in cui *ordina* i panieri di beni. In altri termini, non è importante l'esatto valore della differenza tra l'utilità di due panieri: ciò che interessa è l'ordine cui viene dato loro. L'utilità ha dunque un significato esclusivamente **ordinale**.

Vi possono essere diversi modi di assegnare ai panieri valori di utilità. Uno di questi è quello della **trasformazione monotona**, che permette, appunto, di trasformare un insieme di numeri in un altro senza cambiarne l'ordine (ad esempio moltiplicando l'intera funzione di utilità per un numero positivo, o sommandovi un numero qualsiasi).

Graficamente, una funzione di utilità è un'assegnazione di valori alle curve di indifferenza tale che alle curve più alte siano assegnati valori più elevati.

Un altro modo d'intendere l'utilità è quello che attribuisce a ogni paniere un valore numerico che funge da unità di misura dell'utilità che esso arreca al consumatore. È questo il cosiddetto approccio dell'**utilità cardinale** o misurabile, introdotto dai primi autori marginalisti.

L'ipotesi che l'utilità fosse un'entità misurabile e confrontabile è apparsa subito poco credibile a molti economisti neoclassici (tra i quali Edgeworth e Pareto).

Secondo Pareto, infatti, poiché l'utilità non è una proprietà fisica dei beni ma una grandezza soggettiva e psicologica, non solo non è possibile misurarla, ma non è neppure necessario farlo. Tutto ciò che occorre è che il consumatore sia in grado di confrontare diverse alternative di consumo e di esprimere delle preferenze rispetto a queste alternative.

4. L'UTILITÀ TOTALE E MARGINALE

Il piacere che un individuo trae dal consumo di un determinato bene rappresenta l'**utilità totale**. Con il termine di **utilità marginale** si intende invece indicare il benessere che il consumatore ricava dall'*ultima* unità di un bene.

Mentre l'utilità totale è crescente, almeno fino a certi livelli, l'utilità marginale è decrescente, poiché al diminuire di un bisogno si riduce progressivamente il piacere che è possibile ricavare dalle unità successive di un bene. È questo il principio dell'**utilità marginale decrescente**.

Tale principio può essere giustificato sulla base dell'esperienza personale e confermato dalle osservazioni empiriche sul comportamento degli

Copyright © Esselibri S.p.A.

individui: il primo boccone di pizza ci dà un piacere diverso rispetto all'ultimo; addirittura, oltre un certo livello, continuare a mangiare quando ci si sente già sazi potrebbe darci fastidio, nausearci, creare cioè **disutilità**.

Un'immagine più immediata di quanto appena detto può essere data rappresentando le utilità (totale e marginale) su due distinti grafici, ponendo le porzioni di pizza sull'asse delle ascisse e i valori delle utilità sull'asse delle ordinate (figura 3.7).

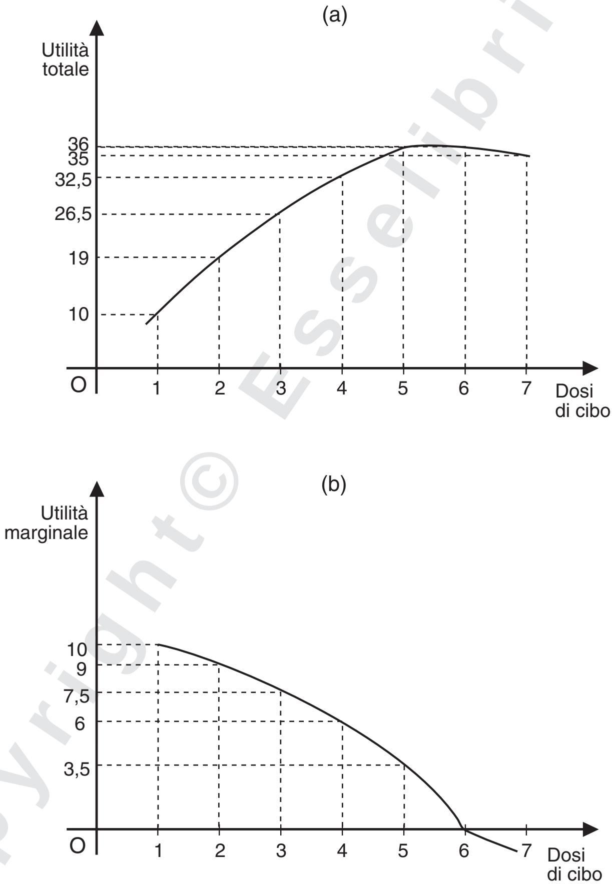

Fig. 3.7 - *Utilità totale e marginale*

Copyright © Esselibri S.p.A.

Aumentando progressivamente le porzioni di pizza, la curva che descrive l'**utilità totale** cresce, ma in misura via via minore. L'**utilità marginale**, invece, è sempre decrescente. Quando l'utilità totale è massima, l'utilità marginale è pari a zero (la curva interseca l'asse delle ascisse); quando l'utilità totale diminuisce (l'individuo è sazio), quella marginale è addirittura negativa (un'ulteriore porzione di pizza provoca disutilità).

5. UTILITÀ MARGINALI E SAGGIO MARGINALE DI SOSTITUZIONE

In questo paragrafo dimostriamo che il valore del saggio marginale di sostituzione tra due beni dipende dalle utilità marginali che il consumo di tali beni arreca al consumatore. Supponiamo che Tizio consumi 3 barrette di cioccolato e 2 mele e che l'utilità marginale delle barrette di cioccolato, cioè la soddisfazione che egli trae dal consumo di una barretta, sia 2 mentre l'utilità marginale delle mele sia 1. Se Tizio rinuncia a una barretta, quante mele vorrà in cambio? La riposta è semplice: rinunciando a una barretta di cioccolato, l'utilità di Tizio si riduce di 2, pertanto è necessario compensarlo dandogli due mele in più poiché ciascuna mela ha utilità pari a 1. Il saggio marginale tra le mele e il cioccolato è, dunque, pari a *–2*: per ogni barretta di cioccolato rinunciata Tizio vuole due mele in più. Possiamo concludere che il saggio di sostituzione tra le mele e i panini è uguale al reciproco del rapporto tra le utilità marginali dei due beni:

$$\text{SMS} = \frac{\Delta \text{M}}{\Delta \text{C}} = -\frac{\text{UC}}{\text{UM}} = -\frac{2}{1} \tag{3.2}$$

dove ΔM e ΔC indicano, rispettivamente, le variazioni di mele e delle barrette di cioccolato di Tizio mentre UM e UC le utilità marginali delle mele e delle barrette di cioccolato.

6. FUNZIONI DI UTILITÀ

Data una funzione di utilità $U = U(x_1, x_2)$ è possibile disegnare le curve di indifferenza: basta rappresentare su un grafico tutti i punti (x_1, x_2) tali che $U = U(x_1, x_2)$ sia costante. Esaminiamo i singoli casi.

Preferenze convesse: nel caso di preferenze convesse la funzione di utilità ha la seguente forma $U = x_1^a x_2^b$. Tale funzione è detta *Cobb-Douglas* dal nome degli autori che l'hanno elaborata. Il caso più semplice di funzione di utilità convessa si ha quando $a = b = 1$ da cui $U = x_1 x_2$.

Copyright © Esselibri S.p.A.

Per disegnare le curve di indifferenza relative a tale funzione, fissiamo il valore dell'utilità $U = U_0$. Isolando x_2 nella funzione di utilità otteniamo che $x_2 = U_0/x_1$ che è la funzione di un'iperbole equilatera. Nella figura 3.2 sono riportate varie curve di indifferenza convesse: più le curve sono lontane dall'origine maggiore è il valore di U_0.

Perfetti sostituti: è il caso delle penne blu e nere. Allo studente interessa la quantità totale di penne per cui è intuitivo misurare la sua utilità mediante la somma dei due beni: $U = x_1 + x_2$. Per disegnare la curva di indifferenza fissiamo il valore dell'utilità $U = U_0$. Isolando x_2, otteniamo che $x_2 = U_0 - x_1$ che è la funzione di una retta con inclinazione -1 e intercetta verticale U_0.

Perfetti complementi: è il caso della tazza di caffè e dei cucchiaini di zucchero. Al consumatore interessa bere il suo caffè zuccherato secondo la proporzione due cucchiaini di zucchero per ogni tazza di caffè. Per cui se x_1 indica il caffè e x_2 i cucchiai di zucchero dovrà valere la seguente relazione $x_1 = x_2/2$: se $x_2 = 2$ segue che $x_1 = 1$. La funzione di utilità ha la seguente forma $U = \min(x_1, x_2/2)$. Infatti, se partiamo dalla combinazione iniziale $\left(x_1^* = 1; x_2^* = 2\right)$ e aggiungiamo una tazza di caffè passando alla combinazione $\left(x_1^{**} = 2; x_2^{**} = 2\right)$, l'utilità totale non varia.

Quindi la funzione $U = \min\left(x_1, x_2/2\right)$ è la rappresentazione della funzione di utilità nel caso di perfetti complementi.

"**Mali**": un male è ciò che il consumatore non vuole. Il lavoro è, per la maggior parte delle persone, un "male": si è disposti a lavorare di più a patto di ricevere in cambio un'adeguata retribuzione. Pertanto, la funzione di utilità di un lavoratore potrebbe essere la seguente $U = R - L$ dove R indica la retribuzione ricevuta e L il tempo impiegato a lavorare. Per disegnare le curve di indifferenza relative a tale funzione, fissiamo il valore dell'utilità $U = U_0$. Isolando L nella funzione di utilità otteniamo che $L = U_0 + R$ che è la funzione di una retta con inclinazione positiva (figura 3.8). Se aumenta la quantità di lavoro è necessario che aumenti anche lo stipendio per mantenere inalterata l'utilità del nostro lavoratore. Le curve di indifferenza più lontane dall'asse delle ordinate indicano maggiori livelli di utilità per il lavoratore.

Neutrale: un bene è neutrale se non arreca alcuna soddisfazione al consumatore. Se x_1 è un bene normale e x_2 è un bene neutrale, la funzione di utilità dipende solo da x_1 poiché x_2 non ha alcuna importanza per il consumatore. In questo caso la funzione di utilità ha, ad esempio, la seguente forma $U = x_1$. Nella figura 3.9 sono riportate varie curve di indifferenza nel caso di un bene neutrale.

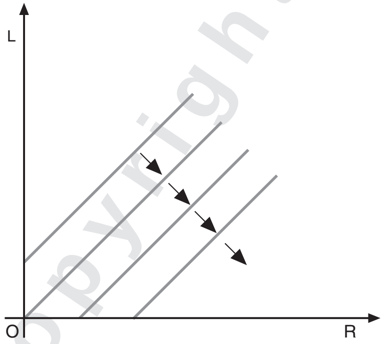

Fig. 3.8 - *Mali*

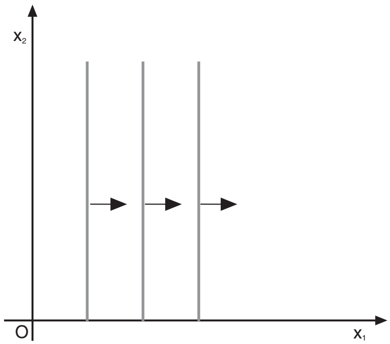

Fig. 3.9 - *Beni neutrali*

Copyright © Esselibri S.p.A.

Glossario

Utilità cardinale: teoria economica prevalente nel XIX secolo secondo la quale la soddisfazione che deriva dall'attività di consumo si può misurare come qualunque grandezza fisica.

Utilità ordinale: teoria economica secondo la quale non è necessario misurare l'utilità; è sufficiente sapere come l'individuo ordina le proprie alternative di scelta.

Copyright© Esselibri S.p.A.