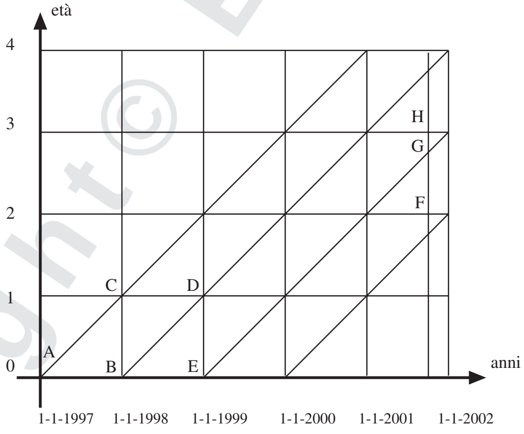
LA NUOVA UNIVERSITÀ
**I volumi di base**

# Compendio di
# Demografia




EDIZIONI SIMONE®
Gruppo Editoriale Esselibri - Simone

Di particolare interesse per i lettori di questo volume segnaliamo:

| | | |
|---|---|---|
| **LX43** | • | Lexikon di Statistica |
| **43/1** | • | Compendio di Statistica |
| **43/2** | • | Esercizi svolti per la prova di Statistica |
| **43/3** | • | Prepararsi per l'esame di Statistica |
| **43/4** | • | Compendio di matematica finanziaria e attuariale |
| **43/6** | • | Compendio di statistica economica |
| **44/A** | • | Manuale di Economia poltica |
| **44/3** | • | Esercizi svolti per la prova scritta di Microeconomia |
| **44/4** | • | Compendio di Microeconomia |
| **44/5** | • | Compendio di Macroeconomia |
| **44/6** | • | Matematica per economisti |
| **582** | • | Nuovo Dizionario di Economia |

Risorse ed approfondimenti gratuiti di Statistica sono disponibili al seguente indirizzo Internet:
www.simone.it/economia

*Autore: Carla Iodice*
*Impaginazione a cura di Patrizia Iermano*

Finito di stampare nel mese di settembre 2003
dalla «Officina Grafica Iride» - Via Prov.le Arzano-Casandrino - VII traversa, 24 - Arzano (NA)
per conto della Esselibri S.p.A. - Via F. Russo 33/D - 80123 - Napoli

*Grafica di copertina a cura di Giuseppe Ragno*

## PREMESSA

Questo volume si propone di presentare i principali strumenti dell'analisi demografica, indispensabili per coloro che devono utilizzare le statistiche al fine dello studio delle caratteristiche evolutive delle popolazioni.

Peculiarità di questo testo è la considerazione degli aspetti fondamentali che concorrono a definire e contrassegnare l'evoluzione strutturale delle popolazioni umane.

I primi capitoli sono destinati allo studio della popolazione considerata come un unico aggregato. Tale analisi riguarda la consistenza numerica e la morfologia della popolazione (struttura per età, sesso e stato civile).

I capitoli dal quinto in poi analizzano, con l'ausilio degli strumenti studiati, i fenomeni che contraddistinguono una popolazione.

Il capitolo nono è dedicato alla specificazione di modelli di popolazione e alla quantificazione delle relazioni esistenti tra gli indicatori caratteristici di tali popolazioni.

L'ultimo capitolo, infine, si propone di spiegare le previsioni demografiche, sottolineando le problematiche attuali relative alle cause dell'esplosione della popolazione mondiale e, in antitesi, al pericolo di implosione demografica che caratterizza alcune popolazioni.

Per ciascun argomento, grazie all'ausilio dei dati presi a prestito dall'ISTAT e da altri istituti specializzati nelle rilevazioni statistiche, si è cercato, nel corso di tutto il volume, di fornire una visione realistica dei fenomeni demografici del nostro paese, in particolare, ma anche dei restanti paesi dell'Unione europea, attraverso rappresentazioni grafiche e tabelle e, sulla base degli stessi, si sono costruiti indici dei fenomeni analizzati.

Il volume è corredato, inoltre, di un'appendice contenente esempi su fogli di lavoro in Excel che, con le sue numerose funzioni predefinite, rappresenta uno strumento utile per la risoluzione di diverse tipologie di esercizi.

# STUDI SULLA POPOLAZIONE. FONTI DELLE STATISTICHE DEMOGRAFICHE



## 1. INTRODUZIONE

La **demografia** è la disciplina che studia i processi che determinano il formarsi, conservarsi ed estinguersi delle popolazioni - cosiddetta **evoluzione delle popolazioni** - tramite l'utilizzo di metodi e modelli forniti dalla statistica da cui si ricavano le leggi delle dinamiche della popolazione, ossia dei movimenti naturali e sociali e delle modificazioni strutturali che essi comportano sullo stato della popolazione.

Per trattare, quindi, i metodi utilizzati in demografia è necessario definire e circoscrivere il dominio in cui la disciplina si muove: la **popolazione**. Quest'ultima è definita come *un insieme di individui aventi una pluralità di caratteristiche in comune e soggetti a un processo di rinnovamento permanente a causa delle entrate, per nascita e immigrazione, e delle uscite, per decessi ed emigrazioni*.

Si distingue, dunque, tra **movimento naturale** cui è soggetta la popolazione a causa di nascite e morti, e **movimento sociale** cui essa è soggetta a causa di emigrazioni ed immigrazioni.

Lo studio dello **stato di una popolazione** è la descrizione delle caratteristiche dello stock in un dato istante, in funzione dei criteri forniti dall'oggetto di studio: struttura per età, sesso, razza, livello d'istruzione etc.

Lo studio del **movimento della popolazione** è l'analisi del suo processo di rinnovamento nel tempo attraverso dei flussi.

**Evoluzione storica della demografia**

Il termine **demografia** deriva dal greco *demos*, cioè popolo, e *graphia*, cioè scrittura, descrizione. Le origini della disciplina sono antiche.

Già nel Medioevo la *conta delle anime* rientrava tra i compiti del clero. In Inghilterra, le prime teorie della popolazione basate su metodologie statistiche si svilupparono, tuttavia, solo nel Seicento.

Il termine comparve nel vocabolario nel 1855 in Francia ad opera di Achille Guillard (1790 — 1876) negli *Elementi di statistica umana o demografia comparata*. Egli definiva la demografia *la storia naturale e sociale della specie umana.*

Nel 1927 si tenne a Ginevra il primo congresso mondiale sulla popolazione. Dalla seconda metà del secolo scorso, le tecniche basate sullo spoglio dei registri parrocchiali condussero alla creazione di una disciplina autonoma: la demografia storica.

## 2. FASI DELL'ANALISI DEMOGRAFICA

L'analisi demografica si articola nelle fasi seguenti:
- la **rilevazione dei dati**, con la necessaria valutazione delle fonti delle statistiche demografiche concernente la loro completezza ed attendibilità. Tale fase può essere realizzata da organismi pubblici - si considerino i censimenti - o da organizzazioni private specializzate;
- l'**analisi statistica** dei dati raccolti, che prevede il passaggio da tavole statistiche grezze a dati elaborati per essere utilizzati nella successiva fase dell'analisi demografica;
- la **ricerca di modelli statistici** indispensabili per trarre da serie di dati incomplete informazioni riguardo alle cause che potenzialmente hanno prodotto i fenomeni studiati e delle conseguenze possibili in modo da effettuare opportune previsioni.

Generalmente, l'analisi demografica è condotta da personale che non partecipa alla fase di raccolta dei dati, essendo quest'ultima di competenza di organizzazioni e personale a tal fine specializzato.

## 3. FONTI DELLE STATISTICHE DEMOGRAFICHE

Come tutte le altre scienze sociali, la demografia poggia le proprie fondamenta su informazioni di base sulle società umane.

Notoriamente, gran parte dei paesi europei dispongono di dati che risalgono, talvolta, ad una pluralità di secoli fa. Tuttavia, alcuni paesi hanno realizzato solo casualmente dei censimenti la cui attendibilità si rivela senz'altro discutibile.

Solo l'esperienza del sistema statistico, la regolarità delle operazioni di raccolta e il carattere obiettivo delle informazioni raccolte conferiscono precisione nelle risposte e sicurezza dei risultati ottenuti.

Nell'analisi demografica si distinguono quattro tipologie di fonti delle statistiche demografiche:
- il censimento generale della popolazione;
- le indagini campionarie;
- il registro della popolazione (anagrafe);
- le statistiche dello stato civile.

I censimenti e le indagini danno un'immagine della popolazione ad un dato momento e costituiscono le **statistiche di stato** della popolazione. Lo stato civile e il registro della popolazione informano sui cambiamenti che concernono la popolazione e costituiscono le **statistiche di movimento** della popolazione.

### A) Censimento generale della popolazione

Il **censimento** è una rilevazione diretta e individuale svolta per enumerare le unità di una popolazione e per accertarne le principali caratteristiche: ripartizione per sesso, età, stato civile etc. Esso consente, dunque, di conoscere il **numero delle unità**, le **caratteristiche strutturali** e la **distribuzione territoriale** di una popolazione, e serve per studi focalizzati sull'evoluzione di fenomeni che producono i loro effetti nel lungo termine, quali i mutamenti della composizione della popolazione.

Il censimento demografico ha quattro requisiti essenziali:

— è **individuale** in quanto ciascun individuo facente parte della popolazione alla data del censimento è interessato alla rilevazione;
— è **generale** nel senso che nessun individuo è escluso dalla rilevazione;
— è **periodico** nel senso che la rilevazione è ripetuta ad intervalli di tempo uguali, salvo sospensioni dovute a condizioni particolari;
— è **simultaneo** in quanto la rilevazione è effettuata contemporaneamente in tutto il territorio nazionale.

Tale rilevazione comporta l'esecuzione di operazioni complesse, al punto che si è cominciato a discutere sulla convenienza o meno di perpetuare la pratica dei censimenti, soprattutto quello demografico. Il censimento comporta, infatti, alti costi, una peggiore qualità dei dati contro le tecniche di campionamento sempre più sofisticate.

*a) Origini del censimento*

Il termine *censimento* compare nella lingua italiana nel 1749, esso deriva dal verbo latino *censere* che significava accertare, dichiarare.

I Romani predisposero il primo censimento totale della popolazione.

Nel XVI secolo in città come Venezia, Napoli e Firenze si effettuavano periodiche rilevazioni demografiche.

Il primo censimento dello Stato fu effettuato in Svezia tra il 1748 e il 1751.

In Italia, il primo censimento della popolazione risale all'unità d'Italia (1861). Da quell'anno furono effettuate 14 rilevazioni; l'ultima risale al 2001. I primi censimenti erano effettuati dalla Divisione di statistica generale presso il Ministero dell'agricoltura, industria e commercio. Gli ultimi censimenti sono stati effettuati dall'ISTAT (Istituto nazionale di statistica).

I censimenti hanno cadenza decennale, ad eccezione del 1891 (per motivi legati a difficoltà finanziarie), del 1936 (il quale è stato effettuato per una riforma legislativa del 1930 che stabiliva per i censimenti una periodicità quinquennale) e del 1941 (per motivi bellici).

Dal 1951, al censimento della popolazione è congiunto quello delle abitazioni.

L'ultimo censimento della popolazione in Italia è riferito alla mezzanotte tra il 20 e il 21 ottobre 2001; i dati sono stati divulgati dall'ISTAT sotto forma di pubblicazioni, ma sono disponibili altresì sul suo sito internet.

*b) Obiettivi del censimento*

Il regolamento di esecuzione del 14° censimento della popolazione, del censimento generale delle abitazioni è stato emanato con D.P.R. 22 maggio 2001, n. 276.

Ai sensi dell'art. 2 del suddetto regolamento, il censimento generale della popolazione:

— fornisce informazioni sulle principali **caratteristiche strutturali** della popolazione;
— determina la **popolazione legale** che è quella cui la legge riconosce valore giuridico ai fini dell'applicazione di disposizioni normative il cui esempio classico è quella concernente il numero di rappresentanti in Parlamento;

— fornisce dati e informazioni per l'**aggiornamento** e la **revisione delle anagrafi comunali** della popolazione residente.

*c) Campo di osservazione del censimento*

Ai sensi dell'art. 3 del D.P.R. 22 maggio 2001, n. 276, il censimento rileva in ciascun comune:

— la **popolazione residente**, ossia la popolazione avente la propria dimora abituale in un dato comune. Appartengono a tale aggregato anche le persone temporaneamente dimoranti in altri comuni o all'estero per l'esercizio di occupazioni stagionali o per causa di durata limitata. La popolazione residente censita è considerata popolazione legale;
— la **popolazione presente** che è costituita, per ciascun comune, dalle persone presenti nel comune alla data del censimento ed aventi in esso dimora abituale nonché dalle persone presenti nel comune alla data del censimento ma aventi dimora abituale in altro comune o all'estero;
— le **caratteristiche anagrafiche, di stato civile, socio - economiche e** la **mobilità territoriale**.

*d) Unità di rilevazione del censimento*

Ai sensi dell'art. 6 del Regolamento di esecuzione del censimento della popolazione, le **unità di rilevazione** sono:

— la **famiglia** intesa come insieme di persone legate da vincoli di matrimonio, parentela, affinità, adozione, tutela o da vincoli affettivi, coabitanti ed aventi dimora abituale nello stesso comune (anche se non sono ancora iscritte nell'anagrafe della popolazione residente del comune medesimo);
— le **singole persone**;
— la **convivenza** intesa come insieme di persone che, senza essere legate da vincoli di matrimonio, parentela, affinità e simili, conducono vita in comune per motivi religiosi, di cura, di assistenza, militari, di pena e simili. Le persone addette alla convivenza per ragioni di lavoro, se vi convivono abitualmente, sono considerate membri permanenti della convivenza purché non costituiscano famiglia a sé stante.

*e) Errori nei censimenti*

Il censimento necessita una lunga fase di preparazione ma, malgrado le attenzioni poste, sussistono **errori quantitativi** sotto forma di **omissioni** di certi individui e **doppi conteggi** di altri. Queste due tipologie di errori normalmente coesistono; nei censimenti più attendibili si stimano errori dall'1 al 2% nel senso sia delle omissioni sia dei doppi conteggi. A tali errori si aggiungono quelli **qualitativi** quali: inesatta dichiarazione dell'età, dello stato civile etc.

Di seguito riportiamo la popolazione residente nelle diverse ripartizioni geografiche in Italia al censimento 1991 e al censimento 2001:

| **Ripartizioni geografiche** | **Popolazione residente** | |
|---|---|---|
| | **Censita al 21 ottobre 2001** | **Censita al 20 ottobre 1991** |
| Italia Nord - Occidentale | 14.938.562 | 14.950.859 |
| Italia Nord - Orientale | 10.634.820 | 10.378.335 |
| Italia Centrale | 10.906.626 | 10.911.353 |
| Italia Meridionale | 13.914.865 | 13.922.850 |
| Italia Insulare | 6.600.871 | 6.614.634 |
| **Italia** | **56.995.744** | **56.778.031** |

Tabella 1 - *Fonte*: ISTAT

### B) Indagini campionarie

Gli inevitabili errori che si commettono durante le complesse operazioni che costituiscono il censimento generale della popolazione inducono a sostituire ad un'indagine esaustiva un'indagine svolta con metodi campionari che risponde ad obiettivi precisi.

Ovviamente, tali indagini sono soggette al limite fondamentale che le induzioni sulla popolazione, ossia le estensioni delle informazioni dal campione alla popolazione, sono soggette al rischio casuale tipico del metodo induttivo legato al numero limitato di unità da cui sono tratte le informazioni e alla loro natura casuale. Tali induzioni si realizzano con una precisione accettabile solo con campioni aventi numerosità elevata; il che implica, tuttavia, costi notevoli per l'esecuzione dell'indagine.

### C) Registro della popolazione (anagrafe)

Il **registro della popolazione**, che in Italia assume la denominazione di **anagrafe**, offre informazioni sia sullo stato sia sul movimento della popolazione, infatti, esso descrive le caratteristiche fondamentali della **popolazione residente** in ciascun comune: nascita (da genitori residenti), migrazioni (iscrizioni per immigrazione, cancellazioni per emigrazione), morti (di residenti).

Ai sensi dell'art. 13 del D.P.R. 22 maggio 2001, n. 276, i Comuni effettuano l'aggiornamento e la revisione delle anagrafi della popolazione residente sulla base delle notizie, raccolte con apposito modello in occasione del censimento generale della popolazione, riguardanti il cognome, il nome, il sesso, il luogo e la data di nascita, e il comune di residenza dei soggetti censiti.

Pertanto, il registro della popolazione consente di conoscere le cifre sul movimento naturale e sociale della popolazione tra due censimenti. Tuttavia, in corrispondenza della data dei censimenti si verifica, per alcuni comuni, una differenza tra popolazione anagrafica e popolazione residente censita. Tale distanza è dovuta, principalmente, ad una mancanza di confronto, in tali comuni, tra dati del censimento e dati provenienti dall'anagrafe. Non meno rilevante è il fenomeno delle migrazioni: molti cittadini stranieri regolarmente presenti in Italia, non segnalano immediatamente all'anagrafe del comune di destinazione il cambiamento di dimora abituale che caratterizza la loro migrazione all'interno del paese.

### D) Stato civile

A differenza del registro della popolazione, lo **stato civile** registra i principali eventi umani (nascita, matrimoni, ..., decessi) nel luogo in cui avvengono, a prescindere, quindi, dalla residenza del soggetto interessato. Nei paesi sviluppati tale sistema risponde ad un obbligo legale e si riferisce alla **popolazione presente** in un dato comune. Spesso, gli uffici dell'anagrafe coincidono con quelli dello stato civile, ma, questi ultimi rilevano esclusivamente i movimenti della popolazione.

Tali statistiche fanno da supporto ad una molteplicità di indagini demografiche.

CAPITOLO SECONDO

# CONSISTENZA NUMERICA DI UNA POPOLAZIONE. INCREMENTO DEMOGRAFICO

**SOMMARIO:** 1. Consistenza numerica di una popolazione. - 2. Incremento demografico. Tassi di incremento. - 3. I tassi generici.

## 1. CONSISTENZA NUMERICA DI UNA POPOLAZIONE

Si è visto che una popolazione — dal punto di vista della demografia — è un insieme di esseri umani che si rinnovano a causa di meccanismi di entrata (nascite, immigrazioni) e di uscita (morti, emigrazioni).

È ovvia l'esigenza di disporre di dati sulla consistenza numerica della popolazione nel periodo tra due censimenti consecutivi. L'unità di tempo presa in considerazione è, generalmente, l'anno.

La popolazione ($P_t$) al 1° gennaio di un anno dato è pari alla popolazione ($P_0$) al 1° gennaio dell'anno precedente, aumentata del numero di nascite ($N$) ed immigrazioni ($I$) e diminuita del numero di decessi ($M$) ed emigrazioni ($E$) avvenuti durante le due date successive; in simboli:

$$P_t = P_0 + N + I - M - E \tag{1.1}$$

La relazione appena fornita è nota come **equazione della popolazione**, in cui:

— $N - M$, l'eccedenza o il deficit delle nascite sui decessi, rappresenta il **saldo naturale**;

— $I - E$, l'eccedenza o il deficit di iscrizioni per immigrazioni dall'estero rispetto alle cancellazioni per emigrazioni per l'estero, rappresenta il **saldo migratorio**.

Essa consente, in un dato intervallo, di calcolare il **bilancio demografico** della popolazione.

Nei paesi dell'Europa occidentale e centrale, per le statistiche delle nascite e dei decessi, il registro dello stato civile fornisce informazioni complete ed attendibili. Più complicata è la situazione per ciò che concerne le statistiche relative ai movimenti migratori degli stranieri, ad eccezione dei paesi che dispongono di un sistema di osservazione continuo su scala comunale. Generalmente, il saldo migratorio è valutato in maniera indiretta tra due censimenti successivi, ed è uguale alla variazione della popolazione tra i due censimenti diminuita del saldo naturale registrato durante l'intervallo. Di questo argomento ci occuperemo diffusamente nel corso del capitolo ottavo.

## 2. INCREMENTO DEMOGRAFICO. TASSI DI INCREMENTO

La crescita della popolazione, le sue cause e le sue conseguenze, sono al centro d'interesse di demografi, economisti, sociologi etc.

Talvolta ci si chiede di quanto sia aumentata (o diminuita), in valore assoluto, una data popolazione o, ancora più interessante, si può voler confrontare la variazione nella consistenza numerica di una data popolazione rispetto a quella di un'altra.

La differenza tra popolazione ($P_t$) alla fine di un dato periodo e la popolazione ($P_0$) all'inizio dello stesso periodo costituisce l'**incremento** (o il **decremento**) **assoluto** della stessa; tale variazione assoluta, considerando la (1.1), è data da:

$$\Delta t = P_t - P_0 = N - M + I - E$$

ossia, dalla somma del saldo naturale e del saldo migratorio.

Rapportando tale incremento o decremento assoluto al numero $t$ di periodi (solitamente anni) in cui è diviso il periodo, ossia:

$$\frac{\Delta t}{t} = \frac{P_t - P_0}{t}$$

si ottiene l'**incremento** (o **decremento**) **medio per unità di tempo**.

Tali misure non si prestano, tuttavia, a confronti tra fenomeni relativi a popolazioni diverse. A tal fine l'analisi demografica ha elaborato i cosiddetti **tassi d'incremento**, ossia indicatori che prescindono dalle numerosità delle popolazioni da confrontare ma che sono in grado di stabilire l'entità dell'incremento (o decremento) subito.

I tassi d'incremento sono diversi a seconda di alcune assunzioni sulle leggi che regolano la crescita della popolazione e sulla popolazione scelta quale riferimento per i confronti. Sostanzialmente se ne distinguono tre tipologie:

— *tasso d'incremento aritmetico*;
— *tasso d'incremento geometrico* (o *composto*);
— *tasso d'incremento continuo*.

### A) Tasso di incremento aritmetico

Il **tasso di incremento aritmetico** si applica quando si vuole conoscere, in un dato numero $t$ di anni, il contributo medio annuo all'incremento demografico concernente ciascuno degli individui della popolazione iniziale.

Sia $P_0$ la popolazione all'inizio dell'intervallo, scelta come popolazione base, e $r$ il tasso di incremento aritmetico, la popolazione dopo 1 anno è:

$$P_1 = P_0 + P_0 r \cdot 1$$

Analogamente, la popolazione dopo 2 anni è:

$$P_2 = P_0 + P_0 r \cdot 2$$

La popolazione dopo $k$ anni è:

$$P_k = P_0 + P_0 r \cdot k$$

I termini appena dati variano in progressione aritmetica di ragione $P_0 r$, pertanto, la popolazione dopo $t$ anni è:

$$P_t = P_0 + P_0 rt = P_0 (1 + rt)$$

Il tasso di incremento aritmetico, riferito ad un'unità di popolazione iniziale, si ricava da quest'ultima espressione ed è pari a:

$$r = \frac{P_t - P_0}{P_0 t} \tag{2.1}$$

e rappresenta di quante unità si è accresciuta (o è diminuita) la popolazione in un determinato intervallo di tempo per ogni unità iniziale, ovvero, il numero di individui che si sono aggiunti, in un dato periodo di tempo, per ogni 1.000 individui della popolazione iniziale.

Esso è ottenuto traducendo in linguaggio demografico ciò che in matematica finanziaria assume la denominazione di *regime finanziario dell'interesse semplice*, e rappresenta il numero medio di individui (ogni mille all'inizio presenti) che si aggiungono o si sottraggono annualmente alla popolazione durante l'intervallo considerato, ipotizzando una crescita lineare della popolazione.

In base all'ipotesi fatta la **popolazione media** nel periodo considerato, ossia il numero di anni vissuti dalla popolazione in quel periodo, è pari alla media aritmetica delle popolazioni all'inizio e alla fine del periodo; in simboli:

$$\overline{P} = \frac{P_0 + P_t}{2}$$

Interessante è rilevare il tempo di raddoppio di una popolazione dato un tasso di incremento aritmetico.

In generale, il tempo $t$ occorrente ad una popolazione per divenire di ammontare pari a $P_t$, dato un tasso di incremento aritmetico $r$, si ottiene dalla formula inversa della (2.1), ed è:

$$t = \frac{P_t - P_0}{P_0 r} \tag{2.2}$$

Pertanto, se si desidera conoscere il tempo occorrente perché una popolazione $P_0$ raddoppi (**tempo di raddoppio**), ossia diventi pari a $2P_0$, la formula da applicare è la seguente:

$$t = \frac{2P_0 - P_0}{P_0 r}$$

ossia:

$$t = \frac{2P_0(2-1)}{P_0 r}$$

da cui:

$$t = \frac{1}{r} \tag{2.3}$$

### B) Tasso di incremento geometrico (o composto)

Il **tasso di incremento geometrico** (o **composto**) si applica quando si assume che ciascun individuo, che ogni anno si aggiunge alla popolazione iniziale, contribuisca a sua volta all'incremento demografico negli anni successivi.

La popolazione scelta come riferimento, data questa ipotesi, è quella esistente all'inizio di ogni anno costituente l'intervallo.

Sia $P_0$ la popolazione all'inizio dell'intervallo, e $r'$ il tasso di incremento geometrico, la popolazione dopo 1 anno è:

$$P_1 = P_0 + P_0 r' = P_0 (1 + r')$$

Analogamente, la popolazione dopo 2 anni è:

$$P_2 = P_1 + P_1 r' = P_1 (1 + r') = P_0 (1 + r')\ (1 + r') = P_0 (1 + r')^2$$

La popolazione dopo $k$ anni è:

$$P_k = P_0 (1 + r')^k$$

I termini appena dati variano in progressione geometrica di ragione $1 + r'$, pertanto, la popolazione dopo $t$ anni è:

$$P_t = P_0 (1 + r')^t$$

Il tasso di incremento aritmetico riferito ad un'unità di popolazione iniziale si ricava da quest'ultima espressione ed è pari a:

$$r' = \left(\frac{P_t}{P_0}\right)^{\frac{1}{t}} - 1 \qquad (2.4)$$

Esso è ottenuto traducendo in linguaggio demografico ciò che in matematica finanziaria assume la denominazione di *regime finanziario dell'interesse composto*, e rappresenta, per ogni anno, l'andamento medio di incremento rispetto all'anno precedente, ipotizzando una crescita esponenziale della popolazione.

In base all'ipotesi fatta la **popolazione media** nel periodo considerato è pari alla media geometrica delle popolazioni all'inizio e alla fine del periodo.

Anche in questo caso è interessante conoscere il tempo occorrente ad una popolazione per raddoppiare, dato un tasso di incremento composto.

La formula inversa della (2.4) per calcolare il tempo $t$ occorrente ad una popolazione per divenire di ammontare pari a $P_t$, dato un tasso di incremento geometrico $r'$, è:

$$t = \frac{\ln\left(\frac{P_t}{P_0}\right)}{\ln(1 + r')} \qquad (2.5)$$

Nel caso particolare in cui si voglia conoscere il **tempo di raddoppio** della popolazione, la formula da applicare è:

$$t = \frac{\ln\left(\frac{2P_0}{P_0}\right)}{\ln(1+r')}$$

ossia:

$$t = \frac{\ln(2)}{\ln(1+r')} \tag{2.6}$$

### C) Tasso di incremento continuo

Il **tasso di incremento continuo** si applica quando si assume una funzione di sviluppo di tipo esponenziale per la popolazione, per cui si ipotizza che ogni unità aggiuntiva della popolazione contribuisca a sua volta all'incremento successivo della stessa, e ragionando in termini di intervalli infinitesimi. La popolazione scelta come riferimento, data questa ipotesi, è quella esistente in ogni intervallo infinitamente piccolo. Pertanto, la popolazione dopo $t$ anni, dato un tasso di incremento $r''$, è:

$$P_t = P_o e^{r''t}$$

con $e$ base dei logaritmi neperiani. Dalla funzione appena data si ha che il tasso di incremento demografico $r''$ è:

$$r'' = \frac{\ln\left(\frac{P_t}{P_0}\right)}{t} \tag{2.7}$$

ed è ottenuto traducendo in linguaggio demografico ciò che in matematica finanziaria assume la denominazione di *regime finanziario di capitalizzazione continua*.

Infine, la formula da applicare per conoscere il tempo occorrente ad una popolazione $P_0$ per divenire di ammontare pari a $P_t$, dato un tasso di incremento esponenziale $r''$, è:

$$t = \frac{\ln\left(\frac{P_t}{P_0}\right)}{r''} \tag{2.8}$$

In particolare, il **tempo di raddoppio** della popolazione $P_0$ è:

$$t = \frac{\ln\,(2)}{r''} \tag{2.9}$$

Il tasso di incremento continuo trova applicazione quando si voglia:

— stimare la popolazione $P_i$ ad un tempo intermedio $i$, noti $P_0$ e $r''$; la formula da applicare è la seguente:

$$P_i = P_0 e^{r''i} \qquad 0 \quad i \quad t$$

— estrapolare il valore della popolazione $P_s$ ad un tempo futuro $s$, noti $P_0$ e $r''$ (supposto $r''$ costante); la formula da applicare è la seguente:

$$P_s = P_0 e^{r''s} \qquad s = t+1, t+2, \ldots$$

**ESEMPIO**

*La popolazione italiana residente al censimento* 1991 *ammontava a* 56.778.031 *unità*; *la corrispondente popolazione al censimento* 2001 *ammontava a* 56.995.744 *unità*.

*Determinare*:

*a) il tasso d'incremento aritmetico*;
*b) il tasso d'incremento geometrico*;
*c) il tasso d'incremento continuo*.

I tassi d'incremento richiesti si calcolano considerando che:

— $P_0$ = 56.778.031;
— $P_t$ = 56.995.744;
— $t$ = 10.

Inoltre, è più che evidente l'incremento assoluto della popolazione italiana tra i due censimenti, per cui i tre tassi assumeranno valori positivi.

a) Il tasso d'incremento aritmetico è:

$$r = \frac{56.995.744 - 56.778.031}{56.778.031 \cdot 10} = 0{,}0003834$$

In base a tale tasso si rileva un incremento nella popolazione pari a 0,3834‰.

b) Il tasso d'incremento geometrico è:

$$r' = \left(\frac{56.995.744}{56.778.031}\right)^{\frac{1}{10}} - 1 = 0{,}0003828$$

L'incremento nella popolazione è pari a 0,3828‰ ed è minore del tasso aritmetico.

c) Il tasso d'incremento continuo è:

$$r'' = \ln\left(\frac{56.995.744}{56.778.031}\right) = 0{,}0003827$$

In base a tale tasso l'incremento è stato pari a 0,3827‰.

## 3. I TASSI GENERICI

Le frequenze assolute dei nati vivi ($N$), immigrazioni ($I$), emigrazioni ($E$) e decessi ($M$) in un dato periodo ($t$) non consentono confronti con i corrispondenti valori di altre popolazioni. Per ottenere misure dell'incidenza di tali fenomeni si effettuano, nell'analisi demografica, rapporti tra la frequenza assoluta con cui si manifestano nel periodo e la consistenza numerica della popolazione di riferimento ($P$). Tali rapporti, detti **tassi generici**, o **quozienti generici**, sono generalmente moltiplicati per 1.000 e assumono la denominazione di:

— **tasso di natalità**:

$$n_t = \frac{N_t}{P_t} \cdot 1.000$$

— **tasso di immigratorietà**:

$$i_t = \frac{I_t}{P_t} \cdot 1.000$$

— **tasso di emigratorietà**:

$$e_t = \frac{E_t}{P_t} \cdot 1.000$$

— **tasso di mortalità**:

$$m_t = \frac{M_t}{P_t} \cdot 1.000$$

Generalmente si assume come denominatore del rapporto la popolazione media del periodo.

I tassi appena visti si tengono distinti dai *tassi specifici* ottenuti rapportando sottoinsiemi degli insiemi $N$, $I$, $E$, $M$ alla popolazione (o a un sottoinsieme della stessa), e che esamineremo in seguito per i diversi fenomeni demografici.

**ESEMPIO**

La tabella seguente riporta i dati, forniti dall'ISTAT, sul movimento naturale della popolazione e sulla popolazione a inizio e fine anno 1999, per ripartizione geografica:

| Movimento naturale | Nord-ovest | Nord-est | Centro | Sud | Isole | Italia |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Nati vivi | 129.025 | 93.271 | 96.398 | 149.914 | 68.479 | 537.087 |
| Morti | 161.453 | 112.168 | 115.607 | 119.679 | 62.021 | 570.928 |
| *Saldo* | *–32.428* | *–18.897* | *–19.209* | *30.235* | *6.458* | *–33.841* |
| Popolazione a inizio anno | 15.069.493 | 10.560.820 | 11.071.715 | 14.157.883 | 6.752.704 | 57.612.615 |
| Popolazione a fine anno | 15.099.118 | 10.614.288 | 11.097.006 | 14.129.861 | 6.739.682 | 57.679.955 |

Tabella 1 - *Fonte*: ISTAT

*Determinare:*

a) *i tassi di natalità per le diverse ripartizioni geografiche*;
b) *i tassi di mortalità per le diverse ripartizioni geografiche*.

Prima di passare alla determinazione dei tassi di natalità e mortalità, bisogna premettere che i denominatori dei rapporti saranno costituiti dalla semisomma tra popolazione a inizio anno e popolazione a fine anno.

a) I tassi di natalità si ottengono dal rapporto tra nati vivi nell'anno e popolazione media dell'anno stesso.
Tali rapporti sono moltiplicati per 1.000.

| **Movimento naturale** | **Nord-ovest** | **Nord-est** | **Centro** | **Sud** | **Isole** | **Italia** |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Quozienti di natalità | 8,554 | 8,809 | 8,697 | 10,599 | 10,151 | 9,317 |

Schema 1

Dalla tabella si evince che in Italia nel 1999 ogni 1.000 abitanti ne sono nati 9,317; analogo discorso può farsi per le diverse ripartizioni geografiche, per le quali si nota che il più alto tasso di natalità appartiene al Sud.

b) I tassi di mortalità si ottengono dal rapporto tra i morti nell'anno e popolazione media dell'anno stesso. Anche tali rapporti sono moltiplicati per 1.000.

| **Movimento naturale** | **Nord-ovest** | **Nord-est** | **Centro** | **Sud** | **Isole** | **Italia** |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Quozienti di natalità | 10,703 | 10,594 | 10,430 | 8,462 | 9,193 | 9,904 |

Schema 2

Dalla tabella si evince che in Italia ogni 1.000 abitanti nel 1999 ne sono morti 9,904. Il più alto tasso di mortalità si rinviene nel Nord-ovest.

# STRUMENTI PER L'ANALISI DEI FENOMENI DEMOGRAFICI

**SOMMARIO:** 1. Introduzione. - 2. Il diagramma di Lexis. - 3. Coorti e generazioni. Analisi per generazioni e analisi per contemporanei. - 4. Gli strumenti elementari dell'analisi demografica: tassi e probabilità.

## 1. INTRODUZIONE

Scopo dell'analisi demografica è la trasformazione delle informazioni statistiche grezze in dati elaborati al fine di renderli significativi. Tale trasformazione si attua attraverso le operazioni di sistemazione dei dati in tabelle, nella loro opportuna sintesi attraverso indici, etc.

In questo capitolo esamineremo i concetti e gli strumenti elementari a disposizione della demografia per analizzare i fenomeni che concorrono a determinare la dinamica demografica.

## 2. IL DIAGRAMMA DI LEXIS

Il **diagramma di Lexis** è una rappresentazione grafica di eventi demografici (nascita, matrimonio, divorzio, ..., morte) di un individuo, dovuta allo statistico tedesco Lexis (1837 - 1914). Il diagramma, ideato nel 1875, pone in corrispondenza le date di osservazione di questi eventi e le età (o le durate) a queste date; consente, dunque, di classificare le informazioni attinenti tali eventi in funzione del flusso del tempo indicato secondo due modalità contemporanee: la data e l'età.

Il diagramma di Lexis si rappresenta nel piano attraverso un sistema di assi cartesiani ortogonali in cui in ascissa si riportano i tempi (teoricamente milioni di anni, dall'origine dell'uomo) e in ordinata le età (fino al massimo $\omega$ che, convenzionalmente, è pari a più di 100 anni).

Per rappresentare l'insieme degli eventi concernenti la vita di un individuo, il diagramma si serve della **linea di vita**, ossia di un segmento parallelo alla bisettrice del quadrante formato dal verso positivo degli assi. Essa può essere definita, quindi, come il *luogo geometrico di tutti gli eventi sopravvenuti nella vita di un individuo*; consente, conoscendo l'una delle coordinate temporali di un punto — evento (data o età) — di determinare l'altra.

Una linea di vita può indicare semplicemente i due eventi fondamentali attinenti la vita umana: la nascita e la morte.

Si consideri la figura seguente:

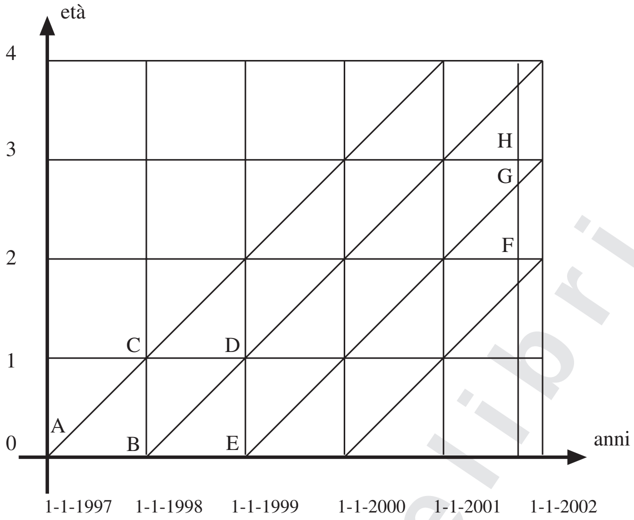



Figura 3.1

in essa le linee oblique e tra loro parallele tracciate rappresentano le linee di vita di individui diversi. La prima, che parte dal punto *A*, è quella di un individuo nato il primo gennaio 1997, la seconda, che parte dal punto *B* è quella di un individuo nato il primo gennaio 1998. Le due linee delimitano un fascio di linee di vita relative ad individui nati tra il primo gennaio 1997 e il primo gennaio 1998, la cosiddetta **generazione** di nati nel 1997. Pertanto, il segmento *AB* definisce l'insieme delle linee di vita degli individui nati nel 1997. Analogamente, le linee di vita che partono dal punto *B* al punto *E* delimitano un fascio di linee di vita relative ad individui nati tra il primo gennaio 1998 e il primo gennaio 1999, per cui il segmento *BE* definisce l'insieme delle linee di vita degli individui nati nel 1998, etc.

A questo punto è possibile dare un significato ai vari segmenti e figure geometriche che si evincono dalla figura:

— il segmento *AB*, come detto, definisce il fascio delle linee di vita degli individui nati nel 1997;
— il segmento *BE* definisce il fascio delle linee di vita degli individui nati nel 1998;
— il triangolo *ABC* definisce le linee di vita degli individui che, nati nel 1997, non sopravvivono al 31 dicembre 1997, dunque le linee di vita che non intersecano il segmento *BC*;
— il segmento *BC* = *AB* – *ABC* definisce l'insieme degli individui nati nel 1997 e che sopravvivono al 31 dicembre 1997;
— il triangolo *BCD* definisce l'insieme degli individui nati nel 1997 e che muoiono nel corso del 1998;
— il parallelogramma *ACDB* definisce, dunque, l'insieme degli individui nati nel 1997 e che non sopravvivono al 31 dicembre 1998;
— il segmento *CD* = *AB* – *ABCD* definisce l'insieme degli individui nati nel 1997 che sopravvivono e che festeggiano il primo compleanno nel corso del 1998 ma in momenti diversi;

— il segmento verticale che si individua tra il primo gennaio 2001 e il primo gennaio 2002 indica il censimento tenuto nell'ottobre 2001 e rappresenta tutti gli individui che a quella data vivono contemporaneamente; il segmento *FH* su tale linea identifica gli individui censiti di età compresa tra 2 e 3 anni, in particolare:
— il segmento *FG* definisce gli individui nati nel 1999;
— il segmento *GH* definisce gli individui nati nel 1998.

Pertanto, dopo aver illustrato i segmenti e le superfici della figura si può affermare che:
— tutti i **segmenti paralleli all'asse delle ordinate** definiscono gli individui che vivono nello stesso momento e sono detti **linee dei contemporanei**;
— tutti i **segmenti paralleli all'asse delle ascisse** definiscono gli individui che compiono lo stesso numero di anni ma in momenti diversi nel corso dello stesso anno solare e sono detti **linee dei coetanei**;
— tutte le **superfici** (triangoli, quadrati o parallelogrammi) definiscono gli insiemi di individui che non sopravvivono ad una certa data, ossia le linee di vita che si interrompono.

Nella spiegazione della figura ci si è limitati ad annoverare solo i due eventi nascita e morte concernenti la vita di individui. In realtà, ciascun punto di una linea di vita di un individuo rappresenta un evento sopravvenuto durante il corso della sua esistenza, ed ha per coordinate le coppie tempo - età che lo contrassegna.

## 3. COORTI E GENERAZIONI. ANALISI PER GENERAZIONI E ANALISI PER CONTEMPORANEI

L'analisi demografica si interessa di eventi concernenti la vita di un insieme di individui, non di uno solo.

Si è già visto che nella figura 3.1 il segmento *AB* definisce la fascia di linee di vita rappresentative di eventi sopravvenuti nella vita di individui nati nel corso del 1997 in una data popolazione e che assumono la denominazione di **generazione** del 1997.

Si definisce **coorte** un insieme di individui caratterizzati da un **evento — origine** comune nel corso di uno stesso anno. La generazione è, dunque, un caso particolare di coorte in cui l'evento — origine comune è la nascita.

Nell'analisi demografica due nozioni appaiono di frequente: quella di *intensità* e quella di *cadenza*.

L'**intensità** di un fenomeno in una coorte misura la frequenza con cui si presenta il fenomeno ed è data dal numero totale di eventi corrispondenti vissuti da una data coorte rapportato alla consistenza iniziale della stessa; essa rappresenta, dunque, il numero medio di eventi vissuti da ciascun individuo della coorte. Nei capitoli dedicati all'analisi dei fenomeni demografici ricaveremo indici atti a misurare l'intensità di ciascuno di essi.

L'intensità può essere misurata sia all'atto dell'estinzione di una coorte (**intensità finale**), sia in un momento qualsiasi (**intensità attuale**).

L'intensità finale del fenomeno mortalità è ovviamente pari a 1.

La **cadenza** o **calendario** di un fenomeno è la distribuzione per età del fenomeno.

Generalmente si assume come indicatore della cadenza di un fenomeno l'età media alla quale esso si presenta. Pertanto, la cadenza della fecondità è data dall'età media alla nascita di un figlio.

Alcuni cambiamenti dell'indice di fecondità possono riflettere i cambiamenti, da un anno all'altro, nelle scelte della donna di avere figli: prolungamento degli studi, aspirazione a fare carriera, etc.

Date queste definizioni, è possibile, a questo punto, affermare che l'analisi demografica, avendo per oggetto un evento che contraddistingue un insieme di individui, può essere svolta seguendo due modalità differenti:

— **per generazioni** o **per coorti**;
— **per contemporanei**.

La figura seguente mostra le due tipologie di analisi che andiamo adesso ad illustrare:

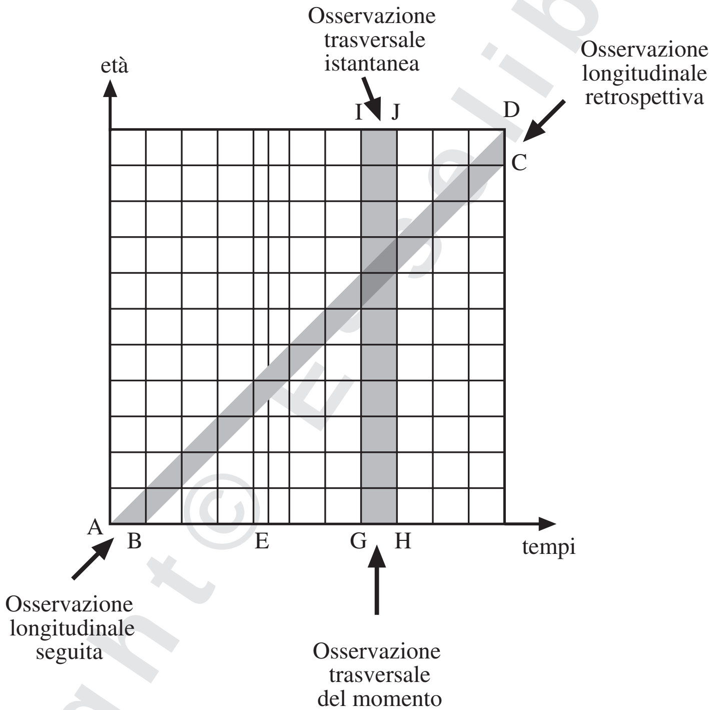



Figura 3.2

### A) Analisi per generazioni

L'**analisi per generazioni**, o **per coorti**, o **analisi longitudinale**, consiste nell'osservare, appunto, una coorte per un dato periodo di tempo. Ovviamente, alle coorti appartengono individui con conoscenze e tradizioni differenti. Solitamente si assume come tempo di osservazione dall'origine della generazione alla sua scomparsa (nella figura 3.2 dal segmento *AB* al segmento *CD*) se si tratta di analizzare il fenomeno della mortalità, oppure dalla nascita all'anno di età se il fenomeno oggetto di analisi è la mortalità infantile, oppure un'età compresa tra i 15 e i 49 anni in una generazione di donne per lo studio della fecondità, etc.

È con questa tipologia di analisi che sono generalmente studiati i fenomeni demografici, in quanto essa pone in rilievo come una medesima generazione sia esposta agli stessi condizionamenti ambientali.

A questo punto è necessario individuare le due modalità di osservazioni diacroniche dei fenomeni demografici: l'*osservazione seguita* e l'*osservazione retrospettiva*.

a) *Osservazione seguita*

L'**osservazione seguita** consiste nel registrare gli eventi nel momento in cui essi si producono. Per una nuova coorte si raccolgono le informazioni che la riguardano dalla sua origine.

L'osservazione condotta in questi termini presenta un'eccellente qualità dei dati raccolti ed è utilizzata fondamentalmente per l'analisi delle determinanti dei percorsi scolastici.

Tale osservazione, tuttavia:

— comporta costi notevoli ed è gravosa da effettuarsi, per cui è eseguita su campioni, i cosiddetti *panels*. Si tratta, quindi, di indagini caratterizzate da campioni, permanenti o continui, costituiti dalle stesse unità statistiche che sono intervistate, salvo sostituzioni richieste da esigenze tecniche, in successivi periodi di tempo;
— è soggetta, talvolta, ad una dispersione di una parte della coorte (per morte o emigrazione) e, di conseguenza, sussistono difficoltà di sostituzione con individui dalle caratteristiche omogenee.

b) *Osservazione retrospettiva*

Con l'**osservazione retrospettiva** si interrogano, in un dato momento, i superstiti di una coorte per ricostruirne la storia.

Il metodo in questione consente di raccogliere solo le informazioni sulla biografia che interessano ai fini dell'analisi.

Tuttavia, esso presenta dei limiti:

— non è utilizzabile per lo studio di fenomeni come la mortalità non essendo, ovviamente, possibile interrogare gli interessati;
— il fenomeno studiato può essere positivamente correlato con il fenomeno perturbatore eliminato; il caso tipico è la fecondità con la mortalità, entrambe assumono valori relativamente alti per date classi sociali;
— la qualità dei dati raccolti dipende dall'affidabilità della memoria degli intervistati.

### B) Analisi per contemporanei

L'**analisi per contemporanei** o **analisi trasversale** consiste nell'osservare simultaneamente (da qui la denominazione di **analisi sincronica**) ad un dato momento, o nel corso di un dato periodo, le coorti di una data popolazione relativamente ad uno stesso fenomeno.

Essa può essere effettuata relativamente ad un dato:

— istante;
— periodo.

a) *Osservazione ad un dato istante*

Tale osservazione trae origine da un'indagine, generalmente il censimento della popolazione, che consente, ad un certo **istante**, di conoscere lo stato di una popolazione (nella figura 3.2 è il segmento verticale *EF*). I movimenti o i cambiamenti di stato si possono evincere solo dal confronto di osservazioni successive.

b) *Osservazione su un dato periodo*

Tale osservazione consente di registrare, nel corso di un dato periodo (nella figura 3.2 la colonna *GHIJ*), il sopraggiungere di eventi relativi ad un dato fenomeno demografico.

L'osservazione condotta in questi termini differisce dall'analisi longitudinale in quanto, mentre quest'ultima studia il fenomeno in funzione dell'età di una medesima coorte di cui si segue il processo di invecchiamento, la prima raccoglie informazioni su diverse coorti che, durante il periodo di osservazione, hanno differente età con tradizioni evidentemente differenti.

## 4. GLI STRUMENTI ELEMENTARI DELL'ANALISI DEMOGRAFICA: TASSI E PROBABILITÀ

Per lo studio della distribuzione nel tempo di un dato evento, l'analisi demografica si serve di due indici elementari: tassi e probabilità.

### A) Tassi

Si è già visto che, nell'analisi demografica, il termine tasso rappresenta il rapporto tra il numero di eventi osservati nel corso di un dato periodo e la media della consistenza numerica della popolazione nel corso del periodo.

Sia $E_{t,\,t+1}$ il numero di eventi osservati tra il tempo $t$ e il tempo $t + 1$ e siano $P_t$ e $P_{t+1}$ la popolazione al tempo $t$ e al tempo $t + 1$, rispettivamente, si ha che un generico tasso $r$ è dato da:

$$r = \frac{E_{t,\,t+1}}{\dfrac{P_t + P_{t+1}}{2}}$$

### B) Probabilità

Nell'analisi demografica il concetto di **probabilità** è utilizzato per studiare fenomeni non rinnovabili o per natura, come la mortalità, o per il loro grado, come il primo matrimonio, il primogenito etc.

Secondo la definizione classica, la probabilità di un evento è data dal rapporto tra numero di casi favorevoli al verificarsi dell'evento e numero di casi possibili.

Come vedremo meglio in seguito, per calcolare la probabilità di morte di un individuo di età $x$ si rapporta la differenza tra il numero di persone viventi di età $x$ e il numero di persone di età $x + 1$ (ossia il numero di decessi avvenuti in quell'intervallo) al numero di persone di età $x$.

Il complemento a 1 del rischio di subire l'evento è la probabilità di sottrarsi allo stesso, ossia la probabilità di sopravvivere, di restare celibe etc.

CAPITOLO QUARTO

# ANALISI DELLA STRUTTURA DELLA POPOLAZIONE



## 1. INTRODUZIONE

L'analisi della distribuzione di una popolazione in funzione di una o più variabili, quali età, sesso, stato civile, livello d'istruzione, professione etc., ossia in funzione delle sue **caratteristiche strutturali**, assume un rilievo fondamentale in demografia in quanto, attraverso strumenti matematico — statistici in grado di rappresentare e sintetizzare la distribuzione di una popolazione in funzione di tali variabili, permette di rendere immediate eventuali affinità o differenze tra popolazioni a confronto, inoltre consente di porre le basi per previsioni demografiche.

In questo capitolo analizzeremo la distribuzione di una popolazione in funzione dell'età, del sesso e dello stato civile.

## 2. ANALISI DELLA STRUTTURA PER ETÀ

Nell'analisi della struttura per età di una popolazione è di fondamentale interesse disporre di grafici e indici dai quali si possa evincere in quale misura la composizione per età di una popolazione possa influenzare l'evoluzione dei tassi di natalità e di mortalità, lo stato di avanzamento del processo di invecchiamento demografico che a sua volta dipende dall'andamento attuale o passato delle nascite e dei decessi.

### A) Piramide delle età

Per rappresentare la distribuzione della popolazione di un dato paese secondo l'età ed il sesso e con riferimento ad un dato arco temporale si ricorre ad una particolare tipologia di grafico: la **piramide delle età**.

Si tratta di un doppio istogramma che presenta su un asse verticale le classi d'età, solitamente ad intervalli di cinque anni, e su un asse orizzontale il numero complessivo di appartenenti a ciascuna classe di età, in modo che ciascuna di esse sia rappresentata da superfici rettangolari aventi basi uguali o proporzionali al numero di individui ed altezze uguali all'ampiezza comune di classe. La rappresentazione grafica si ottiene dalla sovrapposizione di questi rettangoli ed esprime, appunto, le proporzioni esistenti fra il numero di persone a diverse classi di età e la ripartizione dei sessi per ciascuna di queste classi.

Generalmente, i maschi sono posti alla sinistra dell'asse verticale, le femmine alla destra e, in mancanza di ulteriori indicazioni, deve intendersi impiegata tale convenzione.

La rappresentazione grafica consente di cogliere con evidenza visiva la struttura per età e per sesso e il suo andamento. Attraverso la piramide dell'età si riescono ad evidenziare aspetti quali la variabilità dei fenomeni investigati, eventuali valori anomali (a seguito di eventi bellici, o boom demografici).

La mente umana deduce dal grafico tali aspetti pressoché istantaneamente, mentre deve impiegare assai più tempo per leggere tutte le cifre esposte in una tabella e collegarle tra loro.

Per operare confronti delle strutture demografiche di popolazioni appartenenti a territori diversi, o a periodi diversi, si pone sull'asse orizzontale la consistenza numerica degli individui per classi di età in percentuale di quella totale della popolazione.

La piramide delle età può assumere andamento diverso a seconda della tipologia demografica e può essere:

— a **triangolo**, o ad **accento circonflesso**, che è la forma tipica di una popolazione in cui la mortalità riduce progressivamente la consistenza numerica della popolazione con l'età, con un numero elevato nelle età giovanili (graficamente ciò si traduce in un'ampia base della piramide) e man mano sempre più scarsa al crescere dell'età, fino a giungere al vertice del triangolo, cui corrispondono i pochi individui di età avanzata sopravvissuti. Questa forma è caratteristica di un andamento demografico con alta natalità e alta mortalità ad ogni età;

— a **campana** con base media e profilo arrotondato, tipica di una popolazione stazionaria in cui la mortalità è diminuita a tutte le età e il tasso di natalità ha subito una flessione;

— a **salvadanaio** con una piramide a base ampia ma che si restringe nella parte media a fronte di un corpo finale di rilevante consistenza, indica una ripresa della natalità in un paese caratterizzato nel recente passato da una decadenza demografica;

— ad **albero** quando la piramide è stretta alla base. Tale forma rappresenta la situazione dei paesi demograficamente senili dove la natalità e la mortalità decrescono continuamente.

Le figure seguenti rappresentano la piramide dell'età della popolazione residente (in percentuale) in Italia per sesso e per classi di età, rispettivamente, al 10 giugno 1911 e al 1° gennaio 2001:

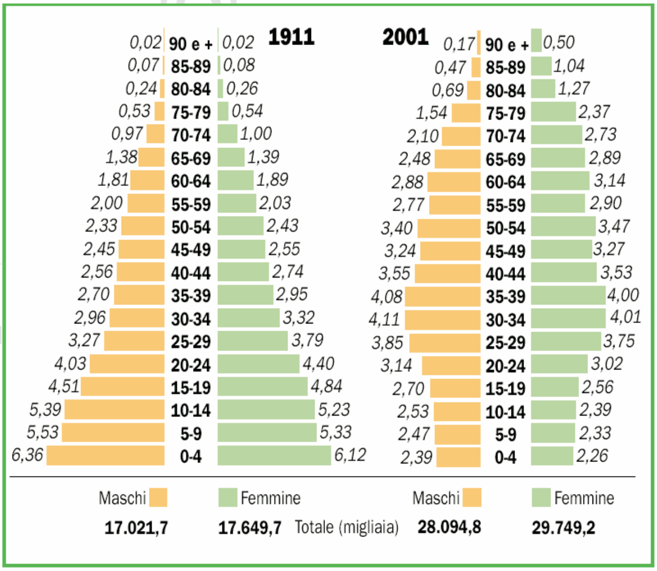



Figura 4.1 - *Fonte*: ISTAT

Dalla piramide relativa al 2001 si desume una sostanziale uguaglianza, per le diverse fasce d'età, tra le rispettive percentuali, maschili e femminili. Dalla fascia 0-4 anni fino alla fascia 35-39 anni, la percentuale dei maschi è più alta di quella delle femmine, successivamente, per la fascia di età 40-44 anni vi è scarso scostamento tra le percentuali e, infine, dalla fascia 45 - 49 anni la percentuale delle femmine supera quella dei maschi.

Si noti che la curva si accosta all'asse delle ordinate in corrispondenza della classe d'età 55-59 anni, ciò ad evidenziare il declino delle nascite durante il periodo bellico, ossia delle generazioni 1941-1945.

Le percentuali più alte si riscontrano, sia per i maschi sia per le femmine, in corrispondenza della fascia di età tra i 30 e i 39 anni, ciò a testimoniare l'elevato numero di nascite durante il boom economico degli anni dal 1960 al 1970.

Ancora più interessante è il confronto tra le due piramidi. Ciò che risulta evidente dai grafici è che la vita media era più bassa nel 1911 rispetto al 2001, in quanto le percentuali relative alle fasce d'età nella parte superiore della piramide del 1911 sono più basse rispetto alle corrispondenti del 2001. Inoltre, la composizione percentuale dei giovani fino a 24 anni era più alta nel 1911 che nel 2001.

I movimenti demografici dovuti a trasformazioni delle condizioni generali di natalità e mortalità sono lenti e modificano il profilo della piramide solo nel lungo periodo. Tuttavia, il grafico porta i segni di eventi eccezionali che, durante i decenni precedenti l'osservazione, hanno fortemente influenzato il numero delle nascite, delle migrazioni e dei decessi; tra questi, senza ombra di dubbio, hanno esercitato maggiori effetti, la seconda guerra mondiale e il baby-boom degli anni dal 1960 al 1970.

**B) Indici della struttura per età**

Come si è già anticipato, l'analisi demografica dispone di indici, ossia di misure sintetiche in grado di disperdere al minimo le informazioni sui dati originari e che assumono espressioni diverse a seconda delle caratteristiche che si misurano.

Di seguito ci occuperemo dei principali indici della struttura per età di una popolazione.

a) *Età media*

L'**età media** costituisce un primo indice per un'analisi della struttura demografica. Essa è, in generale, la media aritmetica delle età relative agli individui che costituiscono la popolazione. Generalmente, la distribuzione delle età del collettivo è per classi dunque, l'età media si esprime come la media delle età ponderata con la consistenza numerica di ciascuna classe.

La sua espressione analitica è la seguente:

$$\bar{x} = \frac{\Sigma\left(x + \frac{1}{2}\alpha\right)P_{x,x+\alpha}}{\sum P_{x,x+\alpha}}$$

in cui:

— $\alpha$ è l'ampiezza di ciascuna classe;

— $P_{x,x+\alpha}$ indica la frequenza assoluta di ciascuna classe.

In una popolazione in cui i movimenti migratori sono trascurabili, per cui l'eventuale processo di senilizzazione o ringiovanimento della stessa dipendono esclusivamente dalla mortalità o natalità, l'indice assume rilevanza fondamentale.

Non bisogna confondere i concetti di *età media* e *vita media*. La prima dipende dalla struttura per età della popolazione, la seconda, invece, dipende dalla legge di mortalità. Di essa ci occuperemo diffusamente in seguito.

b) *Età mediana*

L'**età mediana** è quell'indice che bipartisce la distribuzione ordinata in senso crescente delle età della popolazione. Per cui, al primo gruppo apparterranno le osservazioni inferiori o uguali all'età mediana, al secondo gruppo le osservazioni superiori o uguali alla stessa.

Sia $N$ la numerosità della popolazione, se si suppone di disporre della distribuzione delle età non raggruppate in classi allora, se il numero $N$ delle osservazioni è dispari, l'età mediana sarà il valore che occupa la posizione centrale nella distribuzione, ossia $C = \frac{N+1}{2}$; quando, invece, $N$ è pari, l'età mediana coincide con la semisomma delle intensità individuate dai due posti centrali $C_1 = \frac{N}{2}$ e $C_2 = \frac{N}{2} + 1$.

Generalmente, si dispone della distribuzione della popolazione per classi di età per cui, per specificare l'età mediana è necessario supporre che la popolazione si distribuisca linearmente in ogni classe e si applica un procedimento di interpolazione lineare. Si calcolano, dapprima, le frequenze cumulate; la classe mediana è quella in cui ricadono la metà delle frequenze cumulate. Quindi, si può applicare l'espressione analitica dell'età mediana, che è:

$$x_{Me} = L_1 + \left( \frac{C - C_x}{C_{x,x+\alpha} - C_x} \right) \alpha$$

in cui:

— $L_1$ è l'estremo inferiore della classe mediana;
— $C$ è il posto centrale;
— $C_x$ è l'accumulo delle frequenze di tutte le classi inferiori alla mediana;
— $C_{x,x+\alpha}$ è la frequenza cumulata che corrisponde alla classe mediana;
— $\alpha$ è l'ampiezza della classe mediana.

Nell'espressione entro parentesi il denominatore del rapporto rappresenta quella che in statistica è denominata frequenza della classe mediana; essa si individua facilmente scorrendo lungo la colonna della popolazione nella distribuzione per classi d'età.

Procedimento analogo si applica per determinare l'età del primo e del terzo quartile, altri due indici mutuati dall'analisi statistica e che consentono, dopo aver ripartito la distribuzione della popolazione per età (o classi d'età), di misurare l'incidenza delle classi d'età giovani — se si tratta del primo quartile — o anziane — se si tratta del terzo quartile — sul totale della popolazione.

Di seguito proponiamo altri indici che, nell'analisi statistica assumono la denominazione di *rapporti di coesistenza* e che si ottengono dividendo la frequenza di una modalità per la frequenza corrispondente di un'altra modalità.

c) *Indice di vecchiaia*

L'**indice di vecchiaia** evidenzia meglio dell'età media e dell'età mediana il livello di invecchiamento di una popolazione. Esso è fornito dal rapporto, espresso in termini percentuali, tra ammontare della popolazione anziana (di età superiore ai 65 anni, o altro limite) e ammontare della popolazione in età giovanile (0 - 14 anni).

La sua espressione analitica è, dunque, la seguente:

$$I_v = \frac{P_{65...}}{P_{0\text{-}14}} \cdot 100$$

L'indice è efficace nel descrivere la composizione per età di una popolazione in quanto, il primo segno del processo di senilizzazione di una popolazione è il valore elevato del numeratore del rapporto rispetto al denominatore.

Talvolta, si preferisce rapportare la popolazione anziana non alla popolazione in età giovanile bensì al complesso della popolazione; in simboli:

$$I_v = \frac{P_{65...}}{P} \cdot 100$$

d) *Indice di dipendenza*

L'**indice di dipendenza** o **di carico sociale** evidenzia quanto la popolazione in età non lavorativa dipende dalla popolazione in età lavorativa. Pertanto, esso si ottiene rapportando la somma della popolazione in età giovanile (0 - 14 anni) e della popolazione anziana (di età superiore ai 65 anni) alla popolazione in età lavorativa (15 - 64 anni), e moltiplicando tale rapporto per 100.

La sua espressione analitica è la seguente:

$$I_d = \frac{P_{0\text{-}14} + P_{65...}}{P_{15\text{-}64}} \cdot 100$$

Per misurare disgiuntamente il carico della popolazione in età giovanile o della popolazione anziana sulla popolazione in età lavorativa si scinde il rapporto nei due seguenti:

$$I_{dg} = \frac{P_{0\text{-}14}}{P_{15\text{-}64}} \cdot 100 \text{ e } I_{da} = \frac{P_{65...}}{P_{15\text{-}64}} \cdot 100$$

Ovviamente, nei paesi ad alta natalità il valore del primo indice risulta elevato; esso mostra la situazione di dipendenza diretta dei giovani sotto i 14 anni dal reddito della famiglia. Al contrario, nei paesi caratterizzati da alta mortalità in età avanzata il valore del secondo indice risulta basso; esso assume significato in relazione al sistema previdenziale.

e) *Indice di struttura della popolazione in età lavorativa*

L'**indice di struttura della popolazione in età lavorativa** è in grado di valutare se il processo di senilizzazione di una popolazione colpisce la composizione per età delle forze lavoro le quali sono scisse in due classi. Esso è, infatti, dato dal rapporto, espresso in termini percentuali, tra la popolazione tra i 40 e i 64 anni e la popolazione tra i 15 e i 39 anni.

La sua espressione analitica è la seguente:

$$I_s = \frac{P_{40\text{-}64}}{P_{15\text{-}39}} \cdot 100$$

Indica, appunto, il peso delle classi in età lavorativa più anziane su quelle più giovani ed assumerà valori alti se è in atto un processo di obsolescenza delle forze lavoro per cui prospetta problemi per l'avvenire del sistema pensionistico del paese.

f) *Indice di ricambio della popolazione in età lavorativa*

L'**indice di ricambio della popolazione in età lavorativa** misura il mutamento nella composizione della popolazione in età lavorativa relativamente alle classi iniziali e finali di età della stessa. Esso è dato dal rapporto, espresso in termini percentuali, tra popolazione di età compresa tra i 60 e i 64 anni e popolazione di età compresa tra i 15 e i 19 anni.

La sua espressione analitica è la seguente:

$$I_r = \frac{P_{60\text{-}64}}{P_{15\text{-}19}} \cdot 100$$

Il suo utilizzo è limitato, tuttavia, all'analisi della struttura per età di una popolazione nel breve periodo. La situazione congiunturale si rileva difficile allorché l'indice assume un valore relativamente basso, ad evidenziare la presenza eccessiva di persone che stanno per entrare nella popolazione in età lavorativa rispetto a quelli che stanno per uscirvi per raggiungimento dell'età pensionabile.

Di seguito riportiamo i principali indici di struttura della popolazione italiana nel suo complesso per diversi anni e delle diverse regioni italiane al 1° gennaio 2001.

| ANNI | Composizione percentuale | | | Indici | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 0-14 anni | 15-64 anni | 65 anni e più | Vecchiaia | Dipendenza strutturale | Dipendenza degli anziani | Età media |
| 1997 | 14,8 | 68,1 | 17,2 | 116,1 | 46,9 | 25,2 | 40,6 |
| 1998 | 14,6 | 68,0 | 17,4 | 119,0 | 47,1 | 25,6 | 40,9 |
| 1999 | 14,5 | 67,8 | 17,7 | 122,2 | 47,5 | 26,1 | 41,1 |
| 2000 | 14,4 | 67,6 | 18,0 | 124,5 | 47,9 | 26,6 | 41,4 |
| **REGIONI** | | | | | | | |
| Piemonte | 12,0 | 67,3 | 20,7 | 172,5 | 48,7 | 30,8 | 43,5 |
| Valle d'Aosta | 12,8 | 68,3 | 18,9 | 147,5 | 46,5 | 27,7 | 42,3 |
| Lombardia | 13,1 | 69,1 | 17,8 | 135,5 | 44,6 | 25,7 | 41,7 |
| Trentino-Alto Adige | 16,0 | 67,3 | 16,8 | 104,9 | 48,7 | 24,9 | 39,9 |
| *Bolzano-Bozen* | *17,1* | *67,5* | *15,5* | *90,7* | *48,2* | *22,9* | *38,8* |
| *Trento* | *14,9* | *67,1* | *18,0* | *120,6* | *49,1* | *26,9* | *41,0* |
| Veneto | 13,4 | 68,7 | 18,0 | 134,3 | 45,6 | 26,2 | 41,5 |
| Friuli-Venezia Giulia | 11,3 | 67,5 | 21,2 | 188,0 | 48,2 | 31,4 | 44,2 |
| Liguria | 10,5 | 64,5 | 25,0 | 238,4 | 55,0 | 38,7 | 46,1 |
| Emilia-Romagna | 11,4 | 66,4 | 22,1 | 193,5 | 50,6 | 33,3 | 44,2 |
| Toscana | 11,6 | 66,3 | 22,1 | 189,8 | 50,8 | 33,3 | 44,2 |
| Umbria | 12,2 | 65,4 | 22,3 | 182,7 | 52,8 | 34,1 | 43,8 |
| Marche | 12,9 | 65,6 | 21,5 | 166,4 | 52,5 | 32,8 | 43,1 |
| Lazio | 14,1 | 68,5 | 17,4 | 123,0 | 45,9 | 25,3 | 41,0 |
| Abruzzo | 14,1 | 65,9 | 20,0 | 141,8 | 51,9 | 30,4 | 41,7 |
| Molise | 14,4 | 64,7 | 20,9 | 144,9 | 54,5 | 32,3 | 41,8 |
| Campania | 19,0 | 67,1 | 13,9 | 72,9 | 49,1 | 20,7 | 36,8 |
| Puglia | 17,0 | 67,5 | 15,4 | 90,6 | 48,1 | 22,8 | 38,3 |
| Basilicata | 16,0 | 65,9 | 18,1 | 113,7 | 51,7 | 27,5 | 39,7 |
| Calabria | 17,1 | 66,2 | 16,7 | 97,6 | 51,1 | 25,2 | 38,7 |
| Sicilia | 17,7 | 65,9 | 16,4 | 92,8 | 51,8 | 25,0 | 38,6 |
| Sardegna | 14,2 | 70,2 | 15,5 | 109,3 | 42,4 | 22,1 | 39,6 |
| **NORD** | 12,6 | 67,9 | 19,5 | 155,6 | 47,3 | 28,8 | 42,7 |
| **CENTRO** | 13,0 | 67,2 | 19,8 | 151,8 | 48,8 | 29,4 | 42,5 |
| **MEZZOGIORNO** | 17,3 | 66,9 | 15,8 | 91,5 | 49,5 | 23,7 | 38,4 |

Tabella 1 - *Fonte*: Annuario statistico italiano 2002 (ISTAT)

Dalla tabella si evince che l'incidenza percentuale dei giovani in età compresa tra 0 e 14 anni è diminuita negli anni, al contrario è aumentata quella delle classi di età più anziane, di conseguenza si è registrato un incremento dei diversi indici relativamente ai diversi anni.

Si noti, dalla seconda parte della tabella, che il processo di invecchiamento della popolazione italiana riguarda tutte le regioni. Tuttavia, mentre al Nord e al Centro è risultato, rispettivamente, pari al 155,6% e 151,8%, al Sud si riscontra un valore notevolmente più basso pari al 91,5%.

**Esempio**

*La tabella seguente riporta la popolazione residente in Italia rilevata al 1° gennaio* 2001 *per classi di età quinquennali*:

| Classi di età | Popolazione |
|---|---|
| 0 - 4 | 2.683.051 |
| 5 - 9 | 2.769.342 |
| 10 - 14 | 2.851.511 |
| 15 - 19 | 3.045.511 |
| 20 - 24 | 3.556.119 |
| 25 - 29 | 4.399.252 |
| 30 - 34 | 4.704.263 |
| 35 - 39 | 4.678.953 |
| 40 - 44 | 4.100.240 |
| 45 - 49 | 3.766.985 |
| 50 - 54 | 3.976.685 |
| 55 - 59 | 3.274.229 |
| 60 - 64 | 3.481.941 |
| 65 - 69 | 3.107.325 |
| 70 - 74 | 2.796.956 |
| 75 - 79 | 2.262.700 |
| 80 - 84 | 1.136.061 |
| 85 - 89 | 868.459 |
| 90… | 384.434 |
| **Totale** | 57.844.017 |

Tabella 2 - *Fonte*: ISTAT

*Calcolare*:

*a) l'età media*;
*b) l'età mediana*;
*c) l'indice di vecchiaia*;
*d) l'indice di dipendenza*;
*e) l'indice di struttura della popolazione in età lavorativa*;
*f) l'indice di ricambio della popolazione in età lavorativa*.

a) L'età media si ottiene applicando la formula:

$$\bar{x} = \frac{\sum\left(x' + \frac{1}{2}\alpha\right)P_{x,x+\alpha}}{\sum P_{x,x+\alpha}}$$

in cui i valori centrali di ciascuna classe si ottengono sommando all'estremo inferiore della classe $\frac{1}{2}\alpha = \frac{1}{2} \cdot 5 = 2{,}5$; inoltre, per fissare un valore centrale anche per l'ultima

classe (aperta a destra) si introduce l'ipotesi che l'estremo superiore della stessa sia pari a 95, per cui il valore centrale è pari alla somma dell'estremo inferiore (in questo caso 90) e di 2,5.
Nello schema seguente riportiamo i calcoli necessari alla determinazione dell'indice richiesto:

| $x, x+4$ | $x'$ | $P_{x,x+4}$ | $x'P_{x,x+4}$ |
|---|---|---|---|
| 0 - 4 | 2,5 | 2.683.051 | 6.707.627,5 |
| 5 - 9 | 7,5 | 2.769.342 | 20.770.065,0 |
| 10 - 14 | 12,5 | 2.851.511 | 35.643.887,5 |
| 15 - 19 | 17,5 | 3.045.511 | 53.296.442,5 |
| 20 - 24 | 22,5 | 3.556.119 | 80.012.677,5 |
| 25 - 29 | 27,5 | 4.399.252 | 120.979.430,0 |
| 30 - 34 | 32,5 | 4.704.263 | 152.888.547,5 |
| 35 - 39 | 37,5 | 4.678.953 | 175.460.737,5 |
| 40 - 44 | 42,5 | 4.100.240 | 174.260.200,0 |
| 45 - 49 | 47,5 | 3.766.985 | 178.931.787,5 |
| 50 - 54 | 52,5 | 3.976.685 | 208.775.962,5 |
| 55 - 59 | 57,5 | 3.274.229 | 188.268.167,5 |
| 60 - 64 | 62,5 | 3.481.941 | 217.621.312,5 |
| 65 - 69 | 67,5 | 3.107.325 | 209.744.437,5 |
| 70 - 74 | 72,5 | 2.796.956 | 202.779.310,0 |
| 75 - 79 | 77,5 | 2.262.700 | 175.359.250,0 |
| 80 - 84 | 82,5 | 1.136.061 | 93.725.032,5 |
| 85 - 89 | 87,5 | 868.459 | 75.990.162,5 |
| 90… | 92,5 | 384.434 | 35.560.145,0 |
| **Totale** | — | 57.844.017 | 2.406.775.182,5 |

Schema 1

Pertanto, l'età media è:

$$\bar{x} = \frac{2.406.775.182{,}5}{57.844.017} = 41{,}61$$

Dall'esame dell'indice si evince il progressivo invecchiamento della popolazione italiana; infatti dalla tabella 1 risulta che l'età media del 2000 era pari a 41,4 anni, tale valore è aumentato, quindi, di 2 punti decimali.

b) Per calcolare l'età mediana si individua, dapprima, il posto centrale e, siccome la numerosità della popolazione è dispari, si ha che:

$$C = \frac{57.844.017 + 1}{2} = 28.922.009$$

Quindi, si calcolano le frequenze cumulate (che qui indichiamo con $P'_{x,x+4}$), ossia l'accumulo delle frequenze per ogni classe:

| ***x, x* + 4** | $P_{x,x+4}$ | $P'_{x,x+4}$ |
|---|---|---|
| 0 - 4 | 2.683.051 | 2.683.051 |
| 5 - 9 | 2.769.342 | 5.452.393 |
| 10 - 14 | 2.851.511 | 8.303.904 |
| 15 - 19 | 3.045.511 | 11.349.415 |
| 20 - 24 | 3.556.119 | 14.905.534 |
| 25 - 29 | 4.399.252 | 19.304.786 |
| 30 - 34 | 4.704.263 | 24.009.049 |
| 35 - 39 | 4.678.953 | 28.688.002 |
| 40 - 44 | 4.100.240 | 32.788.242 |
| 45 - 49 | 3.766.985 | 36.555.227 |
| 50 - 54 | 3.976.685 | 40.531.912 |
| 55 - 59 | 3.274.229 | 43.806.141 |
| 60 - 64 | 3.481.941 | 47.288.082 |
| 65 - 69 | 3.107.325 | 50.395.407 |
| 70 - 74 | 2.796.956 | 53.192.363 |
| 75 - 79 | 2.262.700 | 55.455.063 |
| 80 - 84 | 1.136.061 | 56.591.124 |
| 85 - 89 | 868.459 | 57.459.583 |
| 90… | 384.434 | 57.844.017 |
| **Totale** | 57.844.017 | — |

Schema 2

La frequenza cumulata 5.452.393 indica, ad esempio, la popolazione di età compresa tra 0 e 9 anni (ossia $P_{0-9}$); analogamente, la frequenza cumulata 55.455.063 indica la popolazione di età compresa tra 0 e 79 anni (ossia $P_{0-79}$).
Dallo schema, scorrendo lungo la colonna delle frequenze cumulate, si rileva che la classe mediana è la nona, che corrisponde ad una fascia d'età compresa tra 40 e 44 anni, in quanto, l'età mediana è quella di un individuo che occupa il 28.922.009° posto. A questo punto è possibile applicare la formula dell'età mediana:

$$x_{Me} = L_1 + \left( \frac{C - C_x}{C_{x,x+\alpha} - C_x} \right) \alpha$$

in cui, sostituendo ai simboli i dati, si ha:

$$x_{Me} = 40 + \left( \frac{28.922.009 - 28.688.002}{32.788.242 - 28.688.002} \right) \cdot 5 = 40{,}28$$

Per calcolare gli altri indici richiesti effettuiamo una nuova ripartizione in classi d'età della popolazione. La stessa si evince dallo schema seguente:

| ***x, x + 4*** | $P_{x,x+4}$ |
|---|---|
| 0 - 14 | 8.303.904 |
| 15 - 39 | 20.384.098 |
| 40 - 64 | 18.600.080 |
| 65… | 10.555.935 |
| **Totale** | 57.844.017 |

Schema 3

c) L'espressione analitica dell'indice di vecchiaia è:

$$I_v = \frac{P_{65...}}{P_{0\text{-}14}} \cdot 100$$

Pertanto, applicando alla formula i dati, il suo valore è il seguente:

$$I_v = \frac{10.555.935}{8.303.904} \cdot 100 = 127{,}12\%$$

il che significa che ogni 100 giovanissimi in Italia si contano 127 anziani circa.
Da ciò si evince il grado di invecchiamento della popolazione italiana che è in continuo aumento rispetto agli anni precedenti. Si consideri che dalla tabella 1 si rileva che nel 2000 è risultato pari al 124,5%, mentre l'anno precedente era pari al 122,2% etc.

d) L'espressione analitica dell'indice di dipendenza è:

$$I_d = \frac{P_{0\text{-}14} + P_{65...}}{P_{15\text{-}64}} \cdot 100$$

Pertanto, applicando alla formula i dati, il suo valore è il seguente:

$$I_d = \frac{8.303.904 + 10.555.935}{20.384.098 + 18.600.080} \cdot 100 = \frac{18.859.839}{38.984.178} \cdot 100 = 48{,}38\%$$

il che significa che ad ogni 100 persone in età lavorativa corrispondono circa 48 persone in età non lavorativa.
Ancora più interessanti sono gli indici di dipendenza limitati, rispettivamente, ai giovani e agli anziani:

$$I_{dg} = \frac{P_{0\text{-}14}}{P_{15\text{-}64}} \cdot 100 \text{ e } I_{da} = \frac{P_{65...}}{P_{15\text{-}64}} \cdot 100$$

i cui valori sono:

$$I_{dg} = \frac{8.303.904}{38.984.178} \cdot 100 = 21{,}30\% \text{ e } I_{da} = \frac{10.555.935}{38.984.178} \cdot 100 = 27{,}08\%$$

Per cui, ad ogni 100 persone in età lavorativa corrispondono circa 21 giovanissimi e circa 27 persone anziane.

e) L'espressione analitica dell'indice di struttura della popolazione in età lavorativa è:

$$I_s = \frac{P_{40\text{-}64}}{P_{15\text{-}39}} \cdot 100$$

Il suo valore è:

$$I_s = \frac{18.600.080}{20.384.098} \cdot 100 = 91{,}25\%$$

f) Infine, l'espressione analitica dell'indice di ricambio della popolazione in età lavorativa è:

$$I_r = \frac{P_{60\text{-}64}}{P_{15\text{-}19}} \cdot 100$$

Per calcolarne il valore ci riferiamo direttamente alla ripartizione per classi di età che si evince dalla tabella 2; per cui si ha:

$$I_r = \frac{3.481.941}{3.045.511} \cdot 100 = 114{,}33\%$$

Ad ogni 100 persone che entrano nell'età lavorativa corrispondono circa 114 persone che escono dall'età lavorativa con evidente maggiorazione del peso per la struttura previdenziale.

## 3. ANALISI DELLA STRUTTURA PER SESSO

La **struttura per sesso** della popolazione assume rilievo allorché si analizzi in relazione agli effetti che essa produce su fenomeni demografici quali la natalità e la nuzialità. Si è visto che la rappresentazione grafica della composizione per età e per sesso di una popolazione si attua attraverso la piramide dell'età.

Anche nell'analisi della struttura per sesso la demografia dispone di misure sintetiche.

Un primo indice è denominato **rapporto di mascolinità**. Trattasi di un rapporto di coesistenza in quanto al numeratore figura l'ammontare della popolazione maschile ($P_m$) ad una certa data e al denominatore l'ammontare della popolazione femminile ($P_f$) alla stessa data; tale rapporto va moltiplicato per 100. La sua espressione analitica è la seguente:

$$R_m = \frac{P_m}{P_f} \cdot 100 \qquad (3.1)$$

Analogamente, si può calcolare il **rapporto di femminilità** dividendo l'ammontare della popolazione femminile per l'ammontare della popolazione maschile.

Un altro indice è un **rapporto di composizione rispetto al sesso** (o rapporto di parte al tutto), in quanto al numeratore figura l'ammontare della popolazione maschile (femminile) ad una certa data mentre al denominatore figura l'ammontare totale della popolazione (maschile e femminile); tale rapporto va moltiplicato per 100. La sua espressione analitica è la seguente:

$$R_s = \frac{P_m}{P_m + P_f} \cdot 100 \tag{3.2}$$

o, analogamente, per le donne:

$$R_s = \frac{P_m}{P_m + P_f} \cdot 100$$

L'analisi demografica dimostra che la struttura per sesso dipende:
— dal **rapporto dei sessi alla nascita** che, come il censimento 2001 ha riconfermato, in Italia si mantiene intorno a circa 106 nati maschi su 100 nate femmine;
— dalla **differenza di mortalità tra maschi e femmine** alle differenti età, misurata dal rapporto dei tassi di mortalità dei due sessi. In quasi tutti i paesi, a prescindere dal livello di sviluppo economico, l'eccesso di mortalità dei maschi rispetto alle femmine è quasi la regola;
— dal fenomeno delle **migrazioni** che generalmente riguardano i due sessi in misura differente;
— da fenomeni che incidono sulla **consistenza numerica delle generazioni maschili e femminili** alle differenti età, tra questi l'esempio tipico sono le guerre.

Il grafico seguente illustra i rapporti di mascolinità della popolazione italiana:

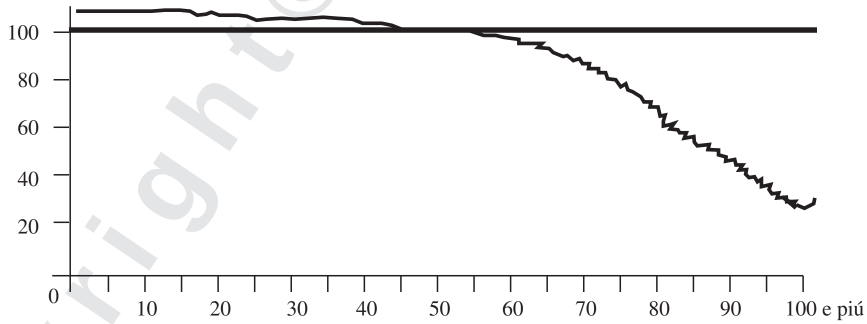



Figura 4.2 - *Fonte*: Censimento 2001 (ISTAT)

È evidente dal grafico che tali rapporti assumono valori superiori al 100% (ma decrescenti) fino all'età di 45 anni, successivamente, a causa dei fenomeni visti, decrescono, fino a raggiungere valori inferiori al 50% dagli 85 anni in poi.

**ESEMPIO**

La tabella seguente riporta la popolazione residente, per classi quinquennali d'età, in Piemonte (31 dicembre 2000) distinta per sesso

| Classi d'età | Maschi | Femmine |
|---|---|---|
| 0 - 4 | 84.588 | 89.467 |
| 5 - 9 | 83.301 | 87.750 |
| 10 - 14 | 82.522 | 87.756 |
| 15 - 19 | 89.616 | 94.510 |
| 20 - 24 | 112.596 | 118.941 |
| 25 - 29 | 151.827 | 161.366 |
| 30 - 34 | 167.589 | 176.921 |
| 35 - 39 | 167.591 | 174.402 |
| 40 - 44 | 150.449 | 155.064 |
| 45 - 49 | 144.291 | 145.197 |
| 50 - 54 | 158.051 | 156.462 |
| 55 - 59 | 134.996 | 130.221 |
| 60 - 64 | 151.864 | 142.810 |
| 65 - 69 | 139.712 | 121.729 |
| 70 - 74 | 132.075 | 102.447 |
| 75 - 79 | 114.108 | 73.579 |
| 80 - 84 | 58.669 | 30.885 |
| 85 - 89 | 54.754 | 23.532 |
| 90 | 29.094 | 8.999 |

Tabella 3 - *Fonte*: Regione Piemonte

*Costruire la piramide delle età*

Per costruire la piramide delle età della popolazione considerata ricorreremo ad un foglio di lavoro Excel delle cui applicazioni ci occuperemo diffusamente in Appendice.

Inseriamo i dati nelle celle dalla A1 alla C21.

Il tipo di grafico da utilizzare è quello a barre. Tuttavia, per ottenere i valori della popolazione maschile alla sinistra dell'asse verticale è necessario renderli negativi digitando nella cella F2 la scritta =-B2. A questo punto è possibile operare in maniera analoga per i restanti dati semplicemente trascinando, secondo le modalità di Excel, per le altre celle fino alla F21.

Pertanto, per tracciare il grafico si dovranno immettere le classi d'età nelle celle dalla E2 alla E21 e la popolazione femminile nelle celle dalla G2 alla G21.

Si deve procedere, quindi, con la creazione guidata del grafico:

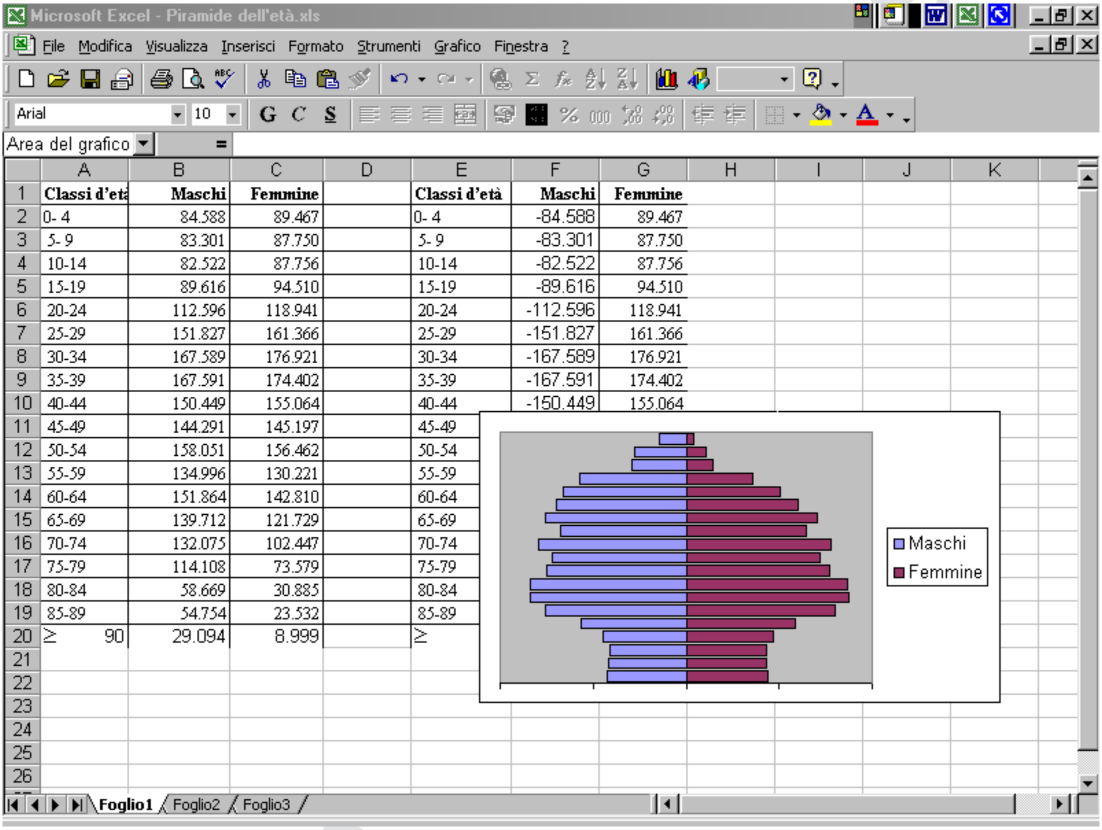
— selezionare tutte le celle in cui sono inseriti i dati;
— scegliere dal menu «Inserisci» la voce «Grafico»;
— in «Tipo di grafico» scegliere «Barre».

A questo punto, per accostare le barre si rende necessario selezionare una qualsiasi delle barre create e scegliere dal menu «Formato» «Dato selezionato». Dal menu «Opzioni» selezionare «Distanza tra le barre» e scrivere nella corrispondente casella: 10.

Per evitare che sull'asse orizzontale compaiano valori negativi selezionare l'asse e scegliere dal menu «Formato» «Asse selezionato» in corrispondenza della voce «Etichette di graduazione» la voce «Assenti».

Analoga cosa è possibile fare per l'asse verticale.

Il foglio di lavoro è il seguente:




| | A | B | C | D | E | F | G |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | Classi d'età | Maschi | Femmine | | Classi d'età | Maschi | Femmine |
| 2 | 0- 4 | 84.588 | 89.467 | | 0- 4 | -84.588 | 89.467 |
| 3 | 5- 9 | 83.301 | 87.750 | | 5- 9 | -83.301 | 87.750 |
| 4 | 10-14 | 82.522 | 87.756 | | 10-14 | -82.522 | 87.756 |
| 5 | 15-19 | 89.616 | 94.510 | | 15-19 | -89.616 | 94.510 |
| 6 | 20-24 | 112.596 | 118.941 | | 20-24 | -112.596 | 118.941 |
| 7 | 25-29 | 151.827 | 161.366 | | 25-29 | -151.827 | 161.366 |
| 8 | 30-34 | 167.589 | 176.921 | | 30-34 | -167.589 | 176.921 |
| 9 | 35-39 | 167.591 | 174.402 | | 35-39 | -167.591 | 174.402 |
| 10 | 40-44 | 150.449 | 155.064 | | 40-44 | -150.449 | 155.064 |
| 11 | 45-49 | 144.291 | 145.197 | | 45-49 | | |
| 12 | 50-54 | 158.051 | 156.462 | | 50-54 | | |
| 13 | 55-59 | 134.996 | 130.221 | | 55-59 | | |
| 14 | 60-64 | 151.864 | 142.810 | | 60-64 | | |
| 15 | 65-69 | 139.712 | 121.729 | | 65-69 | | |
| 16 | 70-74 | 132.075 | 102.447 | | 70-74 | | |
| 17 | 75-79 | 114.108 | 73.579 | | 75-79 | | |
| 18 | 80-84 | 58.669 | 30.885 | | 80-84 | | |
| 19 | 85-89 | 54.754 | 23.532 | | 85-89 | | |
| 20 | ≥ 90 | 29.094 | 8.999 | | ≥ | | |

## 4. ANALISI DELLA STRUTTURA PER STATO CIVILE

Una popolazione può essere analizzata in funzione di un'altra importante caratteristica strutturale: lo **stato civile**.

La composizione di una popolazione per stato civile merita un cenno in quanto da essa dipendono fenomeni quali la natalità (generalmente il numero di nati è funzione crescente del numero di matrimoni), la migratorietà (generalmente il numero di migrazioni è funzione decrescente del numero di matrimoni) etc.

Anche nell'analisi della struttura per stato civile si costruiscono **indici**, generalmente, rapporti di composizione, ottenuti dividendo la consistenza numerica di individui di un certo stato civile alla popolazione. Ovviamente, tali rapporti assumono maggiore significato se istituiti tra individui che hanno raggiunto l'età minima legale per il matrimonio.

La presentazione di tali indici esula, tuttavia, dagli obiettivi del presente testo.

## 5. I TASSI SPECIFICI. INTENSITÀ DELLA MORTALITÀ

Nel capitolo secondo abbiamo introdotto i tassi generici dei fenomeni demografici: natalità, emigratorietà, immigratorietà, mortalità.

In questo capitolo, dopo aver analizzato alcune caratteristiche strutturali di una popolazione, è possibile introdurre **tassi specifici** ossia tassi ottenuti rapportando la frequenza assoluta con cui si manifesta il fenomeno demografico in un dato periodo, limitata ad un dato aspetto strutturale, alla popolazione media interessata da quell'aspetto. In tal modo si misura l'intensità del fenomeno. Pertanto, se interessa investigare l'influenza esercitata dalla composizione per età della popolazione su un dato fenomeno, si rapporta il numero di individui aventi una data età o appartenenti ad una classe d'età e interessati dal fenomeno (ad esempio, la mortalità) alla popolazione media di quella età o classe d'età.

Siano $M_x$ la frequenza assoluta dei morti di età $x$ in un dato periodo e $P_x$ la popolazione media di quella stessa età, allora il **tasso specifico di mortalità per età** è:

$$m_x = \frac{M_x}{P_x} \cdot 1.000 \qquad\qquad x = 0,\ 1,\ 2,\ \ldots,\ \omega - 1$$

dove ω è l'età estrema, ossia è possibile che un individuo che ha età $x$ viva fino all'età ω –1, ma non fino all'età ω.

Oppure, siano $M_{x,x+\alpha}$ la frequenza assoluta dei morti appartenenti alla classe d'età $x,x + \alpha$ e $P_{x,x+\alpha}$ la popolazione media appartenente a quella classe d'età, allora il **tasso specifico di mortalità per classi d'età** è:

$$m_{x,x+a} = \frac{M_{x,x+a}}{P_{x,x+a}} \cdot 1.000 \qquad\qquad x = 0,\ 1,\ 2,\ \ldots,\ \omega - \alpha - 1$$

Tali indici sono atti a misurare l'intensità della mortalità.

Analogamente si calcolano i tassi specifici relativi ad altri fenomeni demografici: natalità, immigratorietà, emigratorietà, ma anche fecondità, nuzialità etc. (degli stessi ci occuperemo diffusamente in seguito).

La **media aritmetica ponderata** dei tassi specifici di un dato fenomeno coincide con il tasso generico di quel fenomeno e ciascun tasso entra nel calcolo della media con un peso diverso.

Infatti, si consideri la serie dei tassi specifici di mortalità per età:

$$m_0, m_1, \ldots, m_{\omega-1}$$

il prodotto di ciascuno di essi per il corrispondente ammontare della popolazione $P_x$, $x = 0, 1, 2, ..., \omega - 1$ dà il numero di morti di quell'età; ossia:

$$M_x = m_x P_x \qquad\qquad x = 0,\ 1,\ 2,\ \omega - 1$$

Il numero dei morti ($M$) è espresso, pertanto, dalla somma seguente:

$$M = \sum_{x=0}^{\omega-1} M_x$$

Pertanto, il **tasso di mortalità** é:

$$m = \frac{M}{P} \cdot 1.000 = \frac{\sum_{x=0}^{\omega-1} m_x P_x}{\sum_{x=0}^{\omega-1} P_x}$$

In modo analogo si ottengono i tassi generici concernenti altri fenomeni demografici.

Di seguito riportiamo il numero di morti nel nostro paese per stato civile e i tassi di mortalità per classi di età e sesso (anno 1998):

**MASCHI**

| CLASSI DI ETÀ | Celibi e nubili | Coniugati(a) | Vedovi | Divorziati o già coniugati(b) | Non indicato | Totale | Tassi per 1.000 abitanti |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 1.524 | — | — | — | — | 1.524 | 5,56 |
| 1 - 4 | 255 | — | — | — | — | 255 | 0,23 |
| 5 - 9 | 202 | — | — | — | — | 202 | 0,14 |
| 10 - 14 | 308 | — | — | — | — | 308 | 0,21 |
| 15 - 19 | 1.063 | 2 | — | — | 6 | 1.071 | 0,65 |
| 20 - 24 | 1.919 | 66 | 5 | — | 27 | 2.017 | 0,98 |
| 25 - 29 | 1.832 | 376 | 2 | 7 | 47 | 2.264 | 0,98 |
| 30 - 34 | 1.661 | 947 | 12 | 30 | 38 | 2.688 | 1,11 |
| 35 - 39 | 1.315 | 1.529 | 25 | 70 | 52 | 2.991 | 1,38 |
| 40 - 44 | 1.122 | 2.275 | 37 | 150 | 45 | 3.629 | 1,86 |
| 45 - 49 | 1.167 | 3.889 | 65 | 201 | 54 | 5.376 | 2,84 |
| 50 - 54 | 1.476 | 6.588 | 188 | 236 | 74 | 8.562 | 4,74 |
| 55 - 59 | 1.970 | 10.883 | 395 | 299 | 95 | 13.642 | 7,96 |
| 60 - 64 | 2.722 | 16.882 | 1.090 | 273 | 136 | 21.103 | 13,38 |
| 65 - 69 | 3.484 | 25.609 | 2.469 | 400 | 182 | 32.144 | 22,61 |
| 70 - 74 | 4.072 | 33.738 | 5.337 | 388 | 251 | 43.786 | 37,26 |
| 75 - 79 | 3.439 | 33.481 | 8.068 | 309 | 267 | 45.564 | 58,56 |
| 80 - 84 | 2.854 | 26.746 | 11.490 | 197 | 255 | 41.542 | 99,67 |
| 85 - 89 | 2.565 | 21.035 | 16.751 | 137 | 240 | 40.728 | 158,11 |
| 90 e oltre | 1.131 | 6.936 | 12.828 | 50 | 132 | 21.07 | 257,46 |
| **Totale** | **36.081** | **190.982** | **58.762** | **2.747** | **1.901** | **290.473** | **10,39** |

**FEMMINE**

| CLASSI DI ETÀ | Celibi e nubili | Coniugati(a) | Vedovi | Divorziati o già coniugati(b) | Non indicato | Totale | Tassi per 1.000 abitanti |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 1.279 | — | — | — | — | 1.279 | 4,94 |
| 1 - 4 | 195 | — | — | — | — | 195 | 0,19 |
| 5 - 9 | 157 | — | — | — | — | 157 | 0,11 |
| 10 - 14 | 186 | — | — | — | — | 186 | 0,13 |
| 15 - 19 | 392 | 1 | — | — | 6 | 399 | 0,25 |
| 20 - 24 | 521 | 68 | 2 | 1 | 14 | 606 | 0,31 |
| 25 - 29 | 496 | 205 | 7 | 5 | 10 | 723 | 0,32 |
| 30 - 34 | 401 | 566 | 30 | 21 | 9 | 1.027 | 0,43 |
| 35 - 39 | 381 | 929 | 39 | 50 | 16 | 1.415 | 0,66 |
| 40 - 44 | 408 | 1.470 | 60 | 68 | 14 | 2.020 | 1,03 |
| 45 - 49 | 448 | 2.406 | 133 | 100 | 20 | 3.107 | 1,62 |
| 50 - 54 | 605 | 3.482 | 376 | 138 | 32 | 4.633 | 2,50 |
| 55 - 59 | 854 | 5.023 | 924 | 173 | 47 | 7.021 | 3,87 |
| 60 - 64 | 1.264 | 6.825 | 2.312 | 214 | 61 | 10.676 | 6,12 |
| 65 - 69 | 2.133 | 9.033 | 5.512 | 243 | 111 | 17.032 | 10,12 |
| 70 - 74 | 3.575 | 11.453 | 12.248 | 306 | 203 | 27.785 | 17,93 |
| 75 - 79 | 4.896 | 10.962 | 22.365 | 360 | 254 | 38.837 | 32,25 |
| 80 - 84 | 6.052 | 7.792 | 34.365 | 274 | 308 | 48.791 | 65,08 |
| 85 - 89 | 8.021 | 5.466 | 50.052 | 243 | 400 | 64.182 | 116,54 |
| 90 e oltre | 6.906 | 1.655 | 44.703 | 113 | 310 | 53.687 | 230,21 |
| **Totale** | **39.170** | **67.336** | **173.128** | **2.309** | **1.815** | **283.758** | **9,58** |

(a) Compresi i separati legalmente.
(b) Per già coniugati si intendono le persone che hanno ottenuto lo scioglimento del matrimonio ai sensi della legge 1 dicembre 1970 n. 898.

Tabella 4 - *Fonte*: Annuario statistico italiano 2002 (ISTAT)

Dalla tabella si evince che, per tutte le classi di età, i tassi di mortalità della popolazione maschile sono più alti dei corrispondenti tassi della popolazione femminile. In termini relativi, la differenza più elevata si riscontra nella fascia d'età 20 - 29.

Anche l'influenza quantitativa dei decessi di uomini sulla popolazione maschile è stata maggiore della corrispondente incidenza dei decessi di donne sulla popolazione femminile. Considerando che la popolazione italiana al 31 dicembre 1999 ammontava a 57.679.955 unità, di cui 28.003.302 maschi e 29.676.653 femmine, tali influssi sono stati, rispettivamente, pari a:

$$\frac{290.473}{28.003.302} \cdot 1.000 = 10{,}37‰ \qquad \frac{283.758}{29.676.653} \cdot 100 = 9{,}56‰$$

## 6. ELIMINAZIONE DEGLI EFFETTI DELLA STRUTTURA PER ETÀ

I tassi generici di fenomeni demografici di cui si è discussa la modalità di calcolo nel paragrafo precedente non possono essere utilizzati nei confronti tra fenomeni relativi a popolazioni diverse o, comunque, relativi alla medesima popolazione ma in anni diversi, in quanto strettamente influenzati dalla struttura per età della popolazione.

A tal fine la demografia appronta metodi per eliminare gli effetti delle differenze di struttura per età nel confronto di tali tassi; tra questi si presentano particolarmente interessanti sia il *metodo della popolazione tipo* sia il *metodo dei coefficienti tipo*.

### A) Metodo della popolazione tipo

Il **metodo della popolazione tipo**, approntato per rendere comparabili gli indicatori demografici di popolazioni diverse, consiste nella cosiddetta **standardizzazione diretta** dei tassi generici ottenuta applicando ai tassi specifici dei fenomeni una struttura per età identica detta, appunto, della *popolazione tipo*. Si assumono, dunque, nell'espressione analitica dei tassi generici, i tassi specifici relativi al fenomeno demografico d'interesse e come pesi la consistenza numerica alle varie età (o classi di età) di un'unica popolazione, che può essere una di quelle poste a confronto o una popolazione diversa da queste ultime.

Se si considera la mortalità, allora i tassi generici usati per confrontare il livello del fenomeno tra $s$ popolazioni, sono del tipo:

$$\overline{m}^i = \frac{\sum_{x=0}^{\omega-1} m_x^i P_x^T}{\sum_{x=0}^{\omega-1} P_x^T} \qquad i = 1,\ 2,\ \ldots,\ s$$

dove $m_x^{\,i}$ sono i tassi specifici di mortalità per età della popolazione $i$ – esima, mentre $P_x^{\,T}$ sono i pesi da attribuire a tali tassi e sono dati dalla medesima struttura per età della popolazione scelta.

Anche questo modo di confrontare i tassi presenta, tuttavia, il limite di essere influenzato dalla struttura per età della popolazione scelta.

### B) Metodo dei tassi tipo

Talvolta, nell'operare i confronti tra fenomeni demografici di due popolazioni, si dispone della distribuzione per età della popolazione e della frequenza assoluta con cui si manifestano tali fenomeni nella popolazione ma non della corrispondente distribuzione per età; pertanto, non può essere effettuato il confronto dei tassi generici mediante la sintesi operata tramite i tassi specifici.

A tal fine si ricorre alla cosiddetta **standardizzazione indiretta** attraverso il **metodo dei tassi tipo**.

Per applicare il metodo, in relazione ad un dato fenomeno, è necessario conoscere, di una data popolazione — che può essere una popolazione diversa da quelle da confrontare o una di esse — il tasso generico del fenomeno e i corrispondenti tassi specifici per età assunti come *tassi tipo*. La procedura da seguire, per ciascuna popolazione posta a confronto, è la seguente:

— si calcola la *frequenza teorica* di individui investiti dal fenomeno ottenuta ipotizzando che ciascuno di essi sia caratterizzato da livelli del fenomeno sintetizzati dai tassi tipo;
— si rapporta tale frequenza teorica alla consistenza numerica della popolazione ottenendo un *tasso teorico* del fenomeno;
— dal rapporto tra ciascun tasso teorico e il tasso generico della popolazione di cui siano noti i tassi specifici si misura l'incidenza della struttura per età delle popolazioni a confronto sul proprio tasso generico;
— per standardizzare il tasso generico del fenomeno lo si divide per tale rapporto.

Per chiarire il metodo illustriamo la procedura in relazione al livello di mortalità di $s$ popolazioni di cui siano noti i tassi generici di mortalità $m^i$, $i = 1, 2, ..., s$.

Si sceglie una popolazione di cui siano noti sia il tasso generico di mortalità $m^T$ sia i tassi specifici di mortalità per età $m_x^{\,T}$, $x = 0, 1, 2, ..., \omega - 1$. Il numero teorico di morti, per la popolazione $i$ – esima, è fornito dalla seguente espressione analitica:

$$\hat{M}^i = \sum_{x=0}^{\omega-1} \frac{m_x^T}{1.000} P_x^i \qquad i = 1,\ 2,\ \dots,\ s$$

ossia, dalla somma dei prodotti di tali tassi tipo (espressi in millesimi) per la consistenza media della popolazione.

Il valore teorico del tasso di mortalità per la popolazione $i$ – esima è:

$$\hat{m}^i = \frac{1.000\,\hat{M}^i}{P^i} \qquad i = 1,\ 2,\ \dots,\ s$$

Per standardizzare il tasso di mortalità della popolazione lo si divide per il rapporto $\dfrac{\hat{m}^i}{m^T}$ e, ripetendo la procedura per ciascuna della $s$ popolazioni, si ottengono gli $s$ tassi paragonabili:

$$\overline{\overline{m}}^i = \frac{m^i}{\hat{m}^i / m^T} = m^T \frac{m^i}{\hat{m}^i} \qquad i = 1,\ 2,\ \dots,\ s$$

**ESEMPIO**

*La tabella seguente riporta, rispettivamente, la popolazione residente e il numero di morti nei comuni di Modena, di Carpi e nell'intera provincia di Modena, per classi quinquennali d'età* (anno 2001).

| Classi d'età | Popolazione residente (Modena) | Popolazione residente (Carpi) | Popolazione residente (Provincia di Modena) | Morti (Modena) | Morti (Carpi) | Morti (Provincia di Modena) |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 - 4 | 7.653 | 2.694 | 28.825 | 11 | 2 | 24 |
| 5 - 9 | 7.118 | 2.423 | 26.839 | 0 | 0 | 1 |
| 10 - 14 | 6.873 | 2.390 | 26.166 | 1 | 0 | 6 |
| 15 - 19 | 6.478 | 2.374 | 25.791 | 2 | 0 | 7 |
| 20 - 24 | 8.465 | 3.041 | 32.862 | 1 | 4 | 13 |
| 25 - 29 | 13.205 | 4.839 | 48.669 | 7 | 2 | 27 |
| 30 - 34 | 14.929 | 5.229 | 54.080 | 9 | 7 | 31 |
| 35 - 39 | 14.981 | 5.251 | 54.249 | 10 | 0 | 40 |
| 40 - 44 | 12.922 | 4.486 | 47.603 | 15 | 2 | 71 |
| 45 - 49 | 12.001 | 4.142 | 42.868 | 16 | 3 | 70 |
| 50 - 54 | 12.412 | 4.573 | 43.881 | 35 | 19 | 142 |
| 55 - 59 | 11.344 | 4.125 | 38.317 | 48 | 13 | 165 |
| 60 - 64 | 11.462 | 4.082 | 39.116 | 89 | 28 | 302 |
| 65 - 69 | 10.209 | 3.633 | 35.491 | 113 | 35 | 404 |
| 70 - 74 | 9.284 | 3.095 | 32.536 | 194 | 62 | 693 |
| 75 - 79 | 8.579 | 2.692 | 28.447 | 306 | 90 | 1.023 |
| 80 - 84 | 5.181 | 1.630 | 16.785 | 297 | 91 | 985 |
| 85 - 89 | 3.306 | 1.082 | 11.341 | 367 | 117 | 1.239 |
| 90 - 94 | 1.383 | 437 | 4.573 | 249 | 94 | 878 |
| 95 - 99 | 210 | 61 | 801 | 65 | 34 | 259 |
| 100… | 18 | 9 | 75 | 11 | 8 | 49 |
| **Totale** | 178.013 | 62.288 | 639.315 | 1.846 | 611 | 6.429 |

Tabella 5 - *Fonte*: Anagrafe comunale - Servizio Statistico della Provincia di Modena - Elaborazioni su dati dell'anagrafe

*Calcolare i tassi specifici di mortalità per il comune di Modena e per il comune di Carpi.*

*Stabilire il più alto livello di mortalità tra il comune di Modena e il comune di Carpi utilizzando i dati sulla popolazione dell'intera provincia di Modena per applicare*:

*a) il metodo della popolazione tipo*;
*b) il metodo dei tassi tipo*.

I tassi specifici di mortalità per i comuni di Modena e di Carpi si rilevano dallo schema seguente in cui:

— $M^{M}_{x,x+\alpha}$ e $M^{C}_{x,x+\alpha}$ indicano i morti per classi d'età per il comune di Modena e di Carpi;

— $P^{M}_{x,x+\alpha}$ e $P^{C}_{x,x+\alpha}$ indicano la popolazione a fine anno per classi d'età per il comune di Modena e di Carpi.

| $x,\ x+\alpha$ | $m^M_{x,x+\alpha} = \dfrac{M^M_{x,x+\alpha}}{P^M_{x,x+\alpha}} \cdot 1.000$ | $m^C_{x,x+\alpha} = \dfrac{M^C_{x,x+\alpha}}{P^C_{x,x+\alpha}} \cdot 1.000$ |
|---|---|---|
| 0 - 4 | 1,437 | 0,742 |
| 5 - 9 | 0,000 | 0,000 |
| 10 - 14 | 0,145 | 0,000 |
| 15 - 19 | 0,309 | 0,000 |
| 20 - 24 | 0,118 | 1,315 |
| 25 - 29 | 0,530 | 0,413 |
| 30 - 34 | 0,603 | 1,339 |
| 35 - 39 | 0,668 | 0,000 |
| 40 - 44 | 1,161 | 0,446 |
| 45 - 49 | 1,333 | 0,724 |
| 50 - 54 | 2,820 | 4,155 |
| 55 - 59 | 4,231 | 3,152 |
| 60 - 64 | 7,765 | 6,859 |
| 65 - 69 | 11,069 | 9,634 |
| 70 - 74 | 20,896 | 20,032 |
| 75 - 79 | 35,668 | 33,432 |
| 80 - 84 | 57,325 | 55,828 |
| 85 - 89 | 111,010 | 108,133 |
| 90 - 94 | 180,043 | 215,103 |
| 95 - 99 | 309,524 | 557,377 |
| 100… | 611,111 | 888,889 |

Schema 4

A questo punto calcoliamo i tassi generici di mortalità per le popolazioni di Modena e di Carpi, utilizzando la formula:

$$m = \frac{M}{P} \cdot 1.000 = \frac{\sum_{x=0}^{\omega-1} m_x P_x}{\sum_{x=0}^{\omega-1} P_x}$$

Dunque, i tassi generici si possono ottenere semplicemente rapportando il numero dei morti alla consistenza numerica della popolazione e moltiplicando per 1.000, oppure servendoci dei tassi specifici appena calcolati. Il metodo più semplice è il primo.

Pertanto, i tassi generici di mortalità per i comuni di Modena e di Carpi sono, rispettivamente:

$$m^M = \frac{1.846}{178.013} \cdot 1000 = 10{,}370‰ \text{ e } m^C = \frac{611}{62.288} \cdot 1000 = 9{,}809‰$$

È evidente che, confrontando i due tassi, la mortalità del comune di Modena è più alta di quella del comune di Carpi. Rapportando la differenza assoluta tra i due tassi al tasso del comune di Carpi, e moltiplicando per 100, si rileva che la differenza percentuale è pari a:

$$\frac{m^M - m^C}{m^C} \cdot 100 = \frac{10{,}370 - 9{,}809}{9{,}809} \cdot 100 = 5{,}719\%$$

Tuttavia, al fine di un confronto che tenga conto della diversa composizione per età delle due popolazioni, applichiamo i metodi di standardizzazione dei tassi generici esposti.

a) Il metodo della popolazione tipo presuppone la conoscenza dei tassi specifici di mortalità delle popolazioni poste a confronto, dunque, sulla base di tali tassi, si procede alla standardizzazione dei tassi generici utilizzando la struttura della popolazione tipo (nel nostro caso l'intera provincia di Modena).
   Disponendo di dati per popolazione e numero di morti per classi d'età, i tassi standardizzati, paragonabili tra loro, si ottengono applicando la formula seguente:

$$\overline{m}^{i} = \frac{\sum_{x=0}^{\omega-1} m^{i}_{x,x+\alpha} P^{T}_{x,x+\alpha}}{\sum_{x=0}^{\omega-1} P^{T}_{x,x+\alpha}}$$

   in cui $m^{i}_{x,x+\alpha}$ sono i tassi specifici di mortalità che si desumono dallo schema 4, mentre $P^{T}_{x,x+\alpha}$ è la popolazione per classi di età della provincia di Modena. Pertanto, entrambi i tassi si evincono dallo schema seguente:

| $x,\ x+\alpha$ | $m^{M}_{x,x+\alpha}P^{T}_{x,x+\alpha}$ | $m^{C}_{x,x+\alpha}P^{T}_{x,x+\alpha}$ |
|---|---|---|
| 0 - 4 | 41.421,525 | 21.388,150 |
| 5 - 9 | 0,000 | 0,000 |
| 10 - 14 | 3.794,070 | 0,000 |
| 15 - 19 | 7.969,419 | 0,000 |
| 20 - 24 | 3.877,716 | 43.213,530 |
| 25 - 29 | 25.794,570 | 20.100,297 |
| 30 - 34 | 32.610,240 | 72.413,120 |
| 35 - 39 | 36.238,332 | 0,000 |
| 40 - 44 | 55.267,083 | 21.230,938 |
| 45 - 49 | 57.143,044 | 31.036,432 |
| 50 - 54 | 123.744,420 | 182.325,555 |
| 55 - 59 | 162.119,227 | 120.775,184 |
| 60 - 64 | 303.735,740 | 268.296,644 |
| 65 - 69 | 392.849,879 | 341.920,294 |
| 70 - 74 | 679.872,256 | 651.761,152 |
| 75 - 79 | 1.014.647,596 | 951.040,104 |
| 80 - 84 | 962.200,125 | 937.072,980 |
| 85 - 89 | 1.258.964,410 | 1.226.336,353 |
| 90 - 94 | 823.336,639 | 983.666,019 |
| 95 - 99 | 247.928,724 | 446.458,977 |
| 100… | 45.833,325 | 66.666,675 |
| **Totale** | 6.279.348,340 | 6.385.702,404 |

Schema 5

da cui:

$$\overline{m}^{M} = \frac{6.279.348,340}{639.315} = 9,822 \text{ e } \overline{m}^{C} = \frac{6.385.702,404}{639.315} = 9,988$$

I tassi standardizzati danno luogo ad una conclusione opposta alla precedente: il comune a più alta mortalità è Carpi.
Ipotizzando, per le due popolazioni, una struttura per età comune e coincidente con quella dell'intera provincia di Modena, allora, il rapporto tra la differenza (in valore assoluto) tra i due tassi e il tasso standardizzato di Carpi evidenzia che la mortalità di Modena è minore della mortalità di Carpi nella misura seguente:

$$\frac{\left|\overline{m}^{M} - \overline{m}^{C}\right|}{-\overline{m}^{C}} \cdot 100 = \frac{|9,822 - 9,988|}{9,988} \cdot 100 = 1,662\%$$

b) Il metodo dei tassi tipo trova utile applicazione allorché non si conosca la distribuzione per età del fenomeno investigato tra i componenti la popolazione e, dunque, non siano calcolabili i tassi specifici, ma siano noti quelli di una popolazione scelta a priori.

Siano $M^{T}_{x,x+\alpha}$ i morti per classi di età dell'intera provincia di Modena, dallo schema seguente si desumono i tassi specifici (assunti come tassi tipo) della stessa:

| $x,\ x+\alpha$ | $m^{T}_{x,x+\alpha} = \frac{M^{T}_{x,x+\alpha}}{P^{T}_{x,x+\alpha}} \cdot 1.000$ |
|---|---|
| 0 - 4 | 0,833 |
| 5 - 9 | 0,037 |
| 10 - 14 | 0,229 |
| 15 - 19 | 0,271 |
| 20 - 24 | 0,396 |
| 25 - 29 | 0,555 |
| 30 - 34 | 0,573 |
| 35 - 39 | 0,737 |
| 40 - 44 | 1,492 |
| 45 - 49 | 1,633 |
| 50 - 54 | 3,236 |
| 55 - 59 | 4,306 |
| 60 - 64 | 7,721 |
| 65 - 69 | 11,383 |
| 70 - 74 | 21,299 |
| 75 - 79 | 35,962 |
| 80 - 84 | 58,683 |
| 85 - 89 | 109,250 |
| 90 - 94 | 191,997 |
| 95 - 99 | 323,346 |
| 100… | 653,333 |

Schema 6

Il tasso generico di mortalità della provincia di Modena si ottiene rapportando il numero di morti della stessa al corrispondente ammontare della popolazione ed esprimendo il rapporto in millesimi:

$$m^T = \frac{6.429}{639.315} \cdot 1000 = 10{,}056‰$$

Per calcolare i valori teorici dei tassi di mortalità per i comuni di Modena e di Carpi è necessario calcolare dapprima il numero teorico di morti che, per ciascuna popolazione, si ottiene applicando la formula:

$$\hat{M}^i = \sum_{x=0}^{\omega-1} \frac{m^T_{x,x+\alpha}}{1.000} P^i_{x,x+\alpha}$$

Tale numero si desume dallo schema seguente:

| $x,\ x+\alpha$ | $\hat{M}^M = \frac{m^T_{x,x+\alpha}}{1.000} P^M_{x,x+\alpha}$ | $\hat{M}^C = \frac{m^T_{x,x+\alpha}}{1.000} P^C_{x,x+\alpha}$ |
|---|---:|---:|
| 0 – 4 | 6,375 | 2,244 |
| 5 – 9 | 0,263 | 0,090 |
| 10 – 14 | 1,574 | 0,547 |
| 15 – 19 | 1,756 | 0,643 |
| 20 - 24 | 3,352 | 1,204 |
| 25 - 29 | 7,329 | 2,686 |
| 30 - 34 | 8,554 | 2,996 |
| 35 - 39 | 11,041 | 3,870 |
| 40 - 44 | 19,280 | 6,693 |
| 45 - 49 | 19,598 | 6,764 |
| 50 - 54 | 40,165 | 14,798 |
| 55 - 59 | 48,847 | 17,762 |
| 60 - 64 | 88,498 | 31,517 |
| 65 - 69 | 116,209 | 41,354 |
| 70 - 74 | 197,740 | 65,920 |
| 75 - 79 | 308,518 | 96,810 |
| 80 - 84 | 304,037 | 95,653 |
| 85 - 89 | 361,181 | 118,209 |
| 90 - 94 | 265,532 | 83,903 |
| 95 - 99 | 67,903 | 19,724 |
| 100… | 11,760 | 5,880 |
| **Totale** | 1.889,510 | 619,268 |

Schema 7

I valori teorici dei tassi di mortalità per i comuni di Modena e di Carpi, rispettivamente, sono:

$$\hat{m}^M = \frac{1.000 \cdot 1.889{,}510}{178.013} = 10{,}614‰ \text{ e } \hat{m}^C = \frac{1.000 \cdot 619{,}268}{62.288} = 9{,}942‰$$

Disponendo dei tassi generici di mortalità per entrambi i comuni, i corrispondenti tassi standardizzati sono:

$$\overline{\overline{m}}^{M} = 10{,}056 \cdot \frac{10{,}370}{10{,}614} = 9{,}825 \text{ e } \overline{\overline{m}}^{C} = 10{,}056 \cdot \frac{9{,}809}{9{,}942} = 9{,}921$$

Anche per il metodo dei tassi tipo il comune a più alta mortalità è Carpi.

## 7. LA TRANSIZIONE DEMOGRAFICA

Dopo aver esaminato il fenomeno dell'incremento demografico e la struttura per età e per sesso di una popolazione, riteniamo indispensabile occuparci di un processo che caratterizza, o che ha caratterizzato, le popolazioni nel tempo: la **transizione demografica**.

Letteralmente, tale processo può essere indicato anche con l'espressione di **modello di cambiamento della popolazione**, in quanto illustra l'evoluzione di lungo periodo di una popolazione che si estrinseca, di solito, attraverso una serie di regole, e perciò è schematizzabile in diversi stadi.

Non a caso il modello di transizione demografica è stato posto in questo capitolo in quanto, mostrando l'incidenza della natalità e della mortalità sull'andamento della popolazione, analoghe informazioni sono fornite da una piramide delle età.

In questo lavoro illustreremo 4 stadi attraverso cui, generalmente, tale modello si estrinseca; ovviamente la transizione demografica può essere più o meno lunga.

Per svolgere tale tipo di analisi ci serviremo dell'ausilio della figura seguente in cui sull'asse delle ascisse sono riportati i tempi e su quello delle ordinate i tassi di natalità e di mortalità relativi a quei tempi:

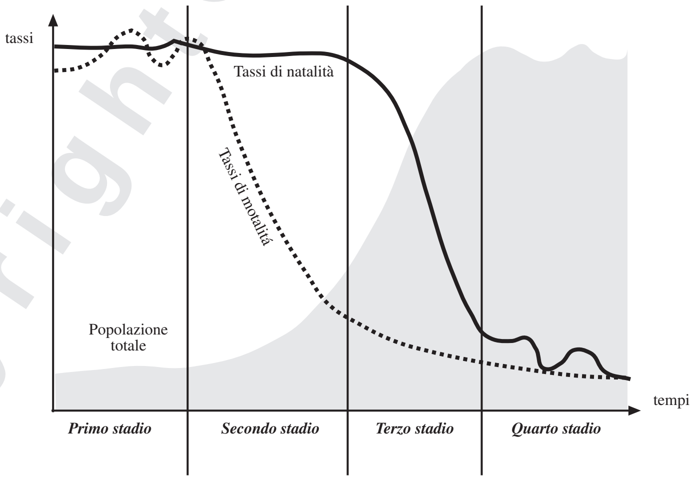



Figura 4.3

La distanza tra le due linee della natalità e della mortalità costituisce il **saldo naturale**. A seconda che la linea dei tassi di natalità presenta ordinate più alte o più basse rispetto alla corrispondente linea dei tassi di mortalità, tale distanza rappresenta l'**incremento naturale** o il **decremento naturale**.

### A) Primo stadio

Questo primo stadio è caratterizzato da un sostanziale equilibrio tra natalità e mortalità ad alti livelli.

Graficamente, ciò si traduce nella prossimità o, talvolta, nell'intersezione delle due linee di natalità e mortalità nella prima parte del grafico.

In termini numerici, invece, ciò si traduce in una bassa crescita della popolazione, contrassegnata da una struttura per età giovane.

Gli alti tassi di natalità, in questo stadio, sono dovuti:

— al carente o pressoché inesistente controllo delle nascite; questa fase è definita con l'espressione di **demografia naturale**;
— alla necessità di reperire manodopera nelle aziende agricole; esigenza pressante in quanto a causa degli alti tassi di mortalità le famiglie necessitano di bambini per assicurarsi la sopravvivenza per l'avvenire;
— alla convinzione, in diverse culture, che i bambini siano un segno di virilità.

Gli alti tassi di mortalità sono dovuti, invece:

— alle epidemie propaganti;
— alle carestie;
— alla scarsa igiene.
— etc.

### B) Secondo stadio

In questo stadio, che coincide con l'**inizio della transizione demografica**, esiste un forte squilibrio tra nascite e morti, infatti, permangono alti i tassi di natalità, mentre i tassi di mortalità, soprattutto quelli infantili, decrescono provocando un incremento della popolazione.

Il declino dei tassi di mortalità è attribuito, generalmente:

— ai progressi nella medicina, principalmente nell'igiene pubblica;
— al miglioramento della qualità dell'alimentazione.

### C) Terzo stadio

In questo stadio i paesi sperimentano enormi **cambiamenti nell'andamento della popolazione**, nel senso di un declino sia dei tassi di natalità sia dei tassi di mortalità. La consistenza numerica della popolazione raggiunge un massimo, mentre l'incremento naturale inizia a rallentare.

Il declino dei tassi di natalità in questo stadio si attribuisce generalmente ad un cambiamento nell'apprezzamento dell'opportunità di avere figli.

**D) Quarto stadio**

In questo stadio, in cui termina il vero e proprio processo di transizione, si ripristina l'equilibrio, ma a bassi livelli, tra tassi di natalità e di mortalità, e si attua il passaggio dalla demografia naturale alla cosiddetta **demografia controllata**.

Addirittura, alcuni paesi dell'Europa stanno attraversando una fase in cui la popolazione sta diminuendo a causa della caduta dei tassi di natalità al di sotto dei tassi di mortalità. Tra tali paesi si deve annoverare la Germania che ha dovuto far ricorso a stranieri per la pressante crescita di domanda di lavoro.

Nella figura riportata si è rappresentata, altresì, l'evoluzione della popolazione attraverso una curva logistica che descrive, appunto, come la popolazione si accresce lentamente all'inizio, poi con notevole rapidità ed infine tende a stabilizzarsi su un valore pressoché costante. Questo valore esprime la consistenza massima compatibile con determinate condizioni ambientali.

Il grafico seguente illustra come il processo di transizione demografica del nostro paese nel periodo storico dal 1870 al 1980 rispecchi la situazione appena descritta:

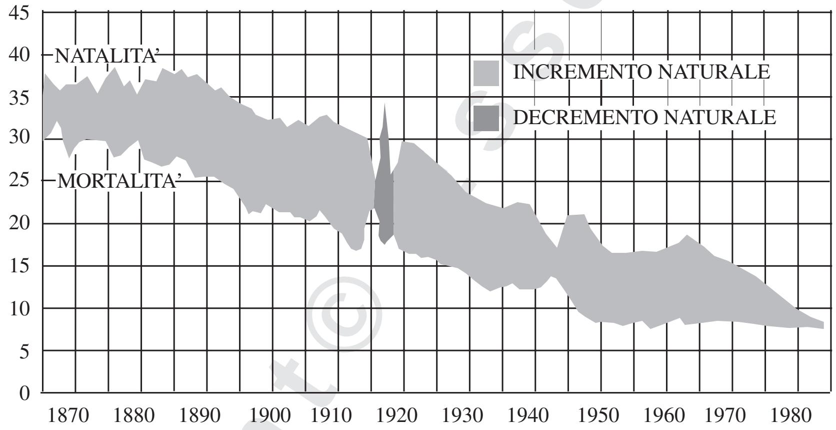



Figura 4.4

A questo punto è possibile stabilire differenze e analogie tra il modello di transizione demografica e la piramide delle età che mostra le medesime informazioni del primo. Le stesse sono riportate nella tabella seguente.

| Piramide delle età | Modello di transizione demografica |
|---|---|
| È un grafico a barre | È un grafico a linee |
| La consistenza numerica di una popolazione è rappresentata dall'area totale del grafico | La consistenza numerica di una popolazione è rappresentata da una linea separata |
| Illustra la maggior parte delle informazioni su una popolazione a ciascuno stadio: la consistenza numerica a ciascuna età e sesso allo stesso tempo | Illustra informazioni su una popolazione in diversi stadi |
| Illustra la relazione tra tassi di natalità e di mortalità e come questi influiscono sulla popolazione attraverso la forma del diagramma | Illustra la relazione tra tassi di natalità e di mortalità e come questi influiscono sull'andamento della popolazione |
| Sono necessari tanti diagrammi quanti sono gli stadi del processo di transizione | Un solo diagramma è sufficiente per illustrare tutti gli stadi del processo di transizione |
| Illustra la struttura per sesso di una popolazione | Non illustra la struttura per sesso di una popolazione |

# ANALISI DELLA MORTALITÀ. LA TAVOLA DI MORTALITÀ

**SOMMARIO:** 1. Introduzione. - 2. La probabilità di morte. - 3. Gli elementi di una tavola di mortalità. - 4. Relazione tra probabilità di morte e tasso specifico di mortalità. - 5. La tavola di mortalità abbreviata. - 6. Analisi della mortalità infantile.

## 1. INTRODUZIONE

Il fenomeno della **mortalità** può essere analizzato costruendo misure di intensità (i tassi già esaminati nei capitoli precedenti) o misure di cadenza (età media, mediana o modale alla morte).

L'analisi della distribuzione per sesso e per età della mortalità non può essere condotta utilizzando semplicemente i tassi di mortalità, generici e specifici, o standardizzati, visti, in quanto questi, se da un lato consentono considerazioni degne d'attenzione sul fenomeno, dall'altro si dimostrano carenti perché al denominatore di tali tassi figura una popolazione eterogenea. È ovvio che il fenomeno, non solo è strettamente legato all'età della popolazione, ma dalle statistiche sui decessi si evince una sostanziale difformità sui dati relativi alla popolazione maschile e femminile.

Pertanto, sono stati inseriti due fattori di differenziazione nella manifestazione del fenomeno: il sesso e l'età. Lo strumento fondamentale di cui si serve l'analisi demografica è indubbiamente la **tavola di mortalità**.

Nell'analisi demografica, una tavola riporta i dati relativi alla distribuzione di un fenomeno non rinnovabile. Esistono numerosi esempi di tavole per fenomeni demografici: prime nozze, nascita di un primogenito, mortalità etc.

Tali tavole sono denominate **tavole di eliminazione** e riportano, quindi, dati sul numero di individui appartenenti ad una data generazione che da una data condizione — celibe, senza prole, vivo — passano ad un'altra irreversibile — coniugato, con prole, morto.

La tavola di mortalità descrive il **processo di eliminazione per morte** che una generazione può subire nel tempo, supponendo che le condizioni di mortalità restino uguali a quelle accertate nel periodo assunto come base della tavola; si assume, inoltre, che la popolazione descritta dalla tavola sia chiusa a nuovi ingressi e che l'unica causa di uscita sia la morte.

In una tavola di mortalità figurano i valori di alcune **funzioni biometriche** in grado di fornire informazioni sulla progressiva estinzione della collettività considerata (delle stesse ci occuperemo nel corso del par. 3).

La tavola di mortalità può essere:

— **per generazioni**, per cui si segue una generazione nel tempo; tale procedimento è detto **longitudinale** e richiede un periodo di osservazione che va oltre i 100 anni;

— **per contemporanei** o **tavola del momento**, per cui si seguono i contemporanei alle diverse età; tale procedimento è detto **trasversale** e consente di esprimere la mortalità di una **generazione fittizia** caratterizzata dagli avvenimenti cui sono esposti, nel periodo di osservazione, generazioni reali diverse.

L'età $x$ è espressa in **anni compiuti**, ossia è l'età all'istante del compleanno, e va dall'età minima 0 all'età massima $\omega - 1$. Nessun individuo sopravvive all'età $\omega$.

## 2. LA PROBABILITÀ DI MORTE

Considerare la **probabilità di morte** quale indicatore della mortalità piuttosto che il tasso specifico di mortalità per età:

$$m_x = \frac{M_x}{P_x} \cdot 1.000 \qquad x = 0,\ 1,\ 2,\ \ldots,\ \omega - 1$$

risponde ad un'esigenza di maggiore precisione nella scelta della giusta espressione analitica.

La definizione di probabilità di morte che si riscontra in una tavola si basa sulla *teoria frequentista della probabilità* la quale stabilisce una relazione tra il concetto di frequenza e quello di probabilità.

In questo ambito la probabilità di un evento si definisce ricorrendo alla *legge empirica del caso* per la quale, effettuando un gran numero di prove nelle medesime condizioni, il valore della frequenza si approssima al valore della probabilità, e l'approssimazione migliora al crescere del numero delle prove.

In questo volume opereremo una distinzione nell'espressione analitica della probabilità di morte a seconda che si conoscano o meno i dati sui movimenti migratori distinti per età.

### A) La probabilità di morte in assenza di dati sui movimenti migratori

Per determinare la probabilità di morte ci serviremo dell'ausilio del diagramma di Lexis.

Si voglia calcolare, relativamente al biennio $(t, t+1)$, la probabilità di morte di un individuo di età $x$, ossia la probabilità che muoia prima del compleanno successivo $x + 1$.

Considerando le notazioni introdotte per il diagramma di Lexis, nella figura seguente la probabilità suddetta è rappresentata da:

$$q_x = \frac{ACFD}{AD}$$

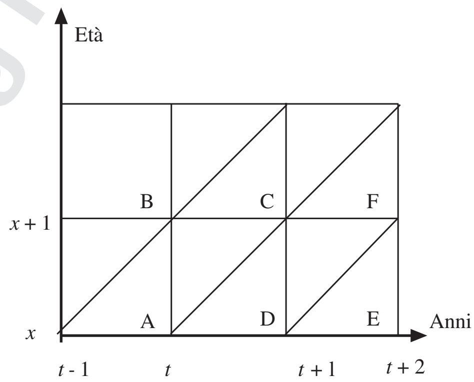



Figura 5.1

Il parallelogramma *ACFD* definisce l'insieme degli individui che compiono $x$ anni nell'anno $t$ (sono gli individui nati nell'anno $t - x$) e che non sopravvivono al 31 dicembre dell'anno $t + 1$; essi muoiono, in parte, nell'anno $t$ (graficamente, ciò è espresso dal triangolo *ACD*) e, in parte, nell'anno $t + 1$ (graficamente, ciò è espresso dal triangolo *CDF*).

Il segmento *AD* definisce l'insieme degli individui che sopravvivono all'$x$ – esimo compleanno il 31 dicembre dell'anno $t$. Esso è dato da:

$$AD = CD + ACD$$

ossia, dalla somma della popolazione di $x$ anni al 31 dicembre dell'anno $t$ (*CD*) e degli individui di $x$ anni che non sopravvivono a tale data (*ACD*).

La probabilità di morte è, dunque:

$$q_x = \frac{ACD + CDF}{CD + ACD} \tag{2.1}$$

Siano:

— $M_x^t$ gli individui di età $x$ morti nell'anno $t$;

— $M_x^{t+1}$ gli individui di età $x$ morti nell'anno $t + 1$;

— $P_x^{31\text{-}12\text{-}t}$ la popolazione di età $x$ al 31 dicembre dell'anno $t$;

si ha che, la probabilità di morte è:

$$q_x = \frac{M_x^t + M_x^{t+1}}{P_x^{31\text{-}12\text{-}t} + M_x^t} \cdot 1.000 \tag{2.2}$$

Si tratta di un rapporto di composizione (o di parte al tutto) in quanto al numeratore figurano i morti tra le età $x$ e $x + 1$, mentre al denominatore figurano coloro che sono esposti al rischio di morte, ossia coloro che nel corso dell'anno $t$ compiono l'$x$ – esimo compleanno.

Il metodo presenta il limite di non essere applicabile se non si conosce l'anno di nascita degli individui citati ma solo la distribuzione per età di tali individui e l'anno in cui si è verificato l'evento.

Graficamente, conoscere l'anno di nascita di tali individui equivale a conoscere le linee di vita definite nei triangoli che compaiono nel diagramma di Lexis. Infatti, si è visto che i triangoli *ACD* e *CDF* identificano, entrambi, individui nati nell'anno $t - x$. Analogamente, il triangolo *DFE* identifica gli individui nati nell'anno $\left[(t+1) - x\right]$.

Nella realtà i dati di cui si dispone sono quelli relativi ai corrispondenti quadrati del diagramma. Infatti, il quadrato *ABCD* definisce i morti di $x$ anni durante il corso dell'anno $t$ di cui una parte (*ABC*) è nata nell'anno $\left[(t-1) - x\right]$, mentre l'altra parte (*ACD*) è nata nell'anno $t - x$.

In tale situazione si assume l'ipotesi che i morti si equidistribuiscano tra le generazioni di origine; e, sulla base di tale ipotesi, la probabilità di morte diviene:

$$q_x = \frac{ACFD}{CD + \frac{1}{2} ACFD} \tag{2.3}$$

**ESEMPIO**

*La tabella seguente riporta i morti di* 70 *anni nel* 2000 *e nel* 2001*, di un dato paese per generazione di appartenenza*:

| Anni | Generazione | Morti |
|---|---|---|
| 2000 | 1930<br>1929 | 125<br>111 |
| 2001 | 1931<br>1930 | 112<br>117 |

Tabella 1

*Sapendo che gli individui di* 70 *anni al primo gennaio* 2001 *ammontavano a* 7.562:

*a) riportare sul diagramma di Lexis i dati relativi a tale popolazione*;

*b) calcolare la probabilità di morte tra il* 70° *e il* 71° *compleanno per il biennio* 2000 – 2001.

a) Costruiamo il diagramma di Lexis. Sull'asse delle ascisse di un sistema di riferimento cartesiano si riportano gli anni dal 1° gennaio 1999, mentre su quello delle ordinate le età da 70 anni in poi.

Il grafico ottenuto è il seguente:

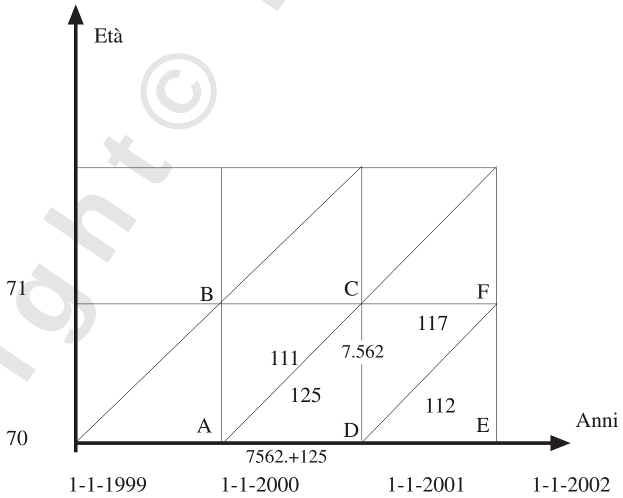



Figura 5.2

Dallo stesso si evince che:

— il triangolo *ABC* definisce i morti di 70 anni nel 2000 appartenenti alla generazione 1929, e che sono di ammontare pari a 111;

— il triangolo *ACD* definisce i morti di 70 anni nel 2000 appartenenti alla generazione 1930, e che sono di ammontare pari a 125;
— il segmento *CD* definisce gli individui di 70 anni nel 2000 al primo gennaio 2001, e che sono di ammontare pari a 7.562;
— il segmento *AD* definisce i sopravviventi al settantesimo compleanno nel 2000, dati dalla somma degli individui di 70 anni al primo gennaio 2001 e dei decessi tra i 70 e i 71 anni verificatisi nel corso del 2000, e che sono pari a 7.562 + 125;
— il triangolo *CDF* definisce i morti di 70 anni nel 2001 appartenenti alla generazione 1941, e che sono di ammontare pari a 117;
— il triangolo *DEF* definisce i morti di 70 anni nel 2001 appartenenti alla generazione 1940, e che sono di ammontare pari a 112.

b) La probabilità di morte ($q_{70}$) per il biennio 2000 – 2001 si ottiene applicando al diagramma di Lexis appena ottenuto la formula:

$$q_{70} = \frac{ACD + CDF}{CD + ACD}$$

in cui il triangolo *ACD* è dato dal numero di morti tra 70 e 71 anni verificatisi nel 2000 (125), mentre il triangolo *CDF* è dato dallo stesso numero di morti verificatisi nel 2001 (117). Il segmento *CD* rappresenta la popolazione di età compresa tra 70 e 71 anni al primo gennaio 2001 (dunque compresa nel biennio 2000 – 2001) ed è pari a 7.562 unità, ad essa si deve aggiungere il numero di decessi di settantenni avvenuti nel 2000 (125 appunto).

Pertanto, la probabilità di morte richiesta è pari a:

$$q_{70} = \frac{125 + 117}{7.562 + 125} \cdot 1.000 = 0{,}03148 \cdot 1.000 = 31{,}48‰$$

## B) La probabilità di morte in presenza di dati sui movimenti migratori

L'ipotesi introdotta di una popolazione non aperta a movimenti migratori non è realistica. Nella pratica, nel calcolare la probabilità di morte $q_x$, per conteggiare gli individui esposti al rischio si deve considerare altresì il **saldo migratorio** relativo ad ogni età o fascia d'età, ossia la differenza tra immigrati di età $x$ ed emigrati di età $x$. Supponendo che le immigrazioni e le emigrazioni si equidistribuiscano nel corso dell'anno, la formula (2.2) diviene:

$$q_x = \frac{M_x^t + M_x^{t+1}}{P_x^{31\text{-}12\text{-}t} + M_x^t + \left(I_x^t - E_x^t\right) - \dfrac{\left(I_x^t - E_x^t\right) + \left(I_x^{t+1} - E_x^{t+1}\right)}{2}} \cdot 1.000 \tag{2.4}$$

in cui $I_x^t$ e $I_x^{t+1}$ sono gli immigrati di età $x$ negli anni $t$ e $t + 1$, rispettivamente, mentre $E_x^t$ e $E_x^{t+1}$ sono gli emigrati di età $x$ negli anni $t$ e $t + 1$.

## 3. GLI ELEMENTI DI UNA TAVOLA DI MORTALITÀ

Note le probabilità di morte $q_x$, in questo paragrafo esamineremo le altre funzioni biometriche che compaiono in una tavola di mortalità.

### A) Sopravviventi all'età *x*

La tavola di mortalità parte da individui di età 0 che appartengono alla medesima generazione. Indicati con $l_0$ (*l* dall'inglese *living* = viventi), tali individui, numericamente sono pari a $10^k$, che è la radice della tavola, che in genere è pari a 100.000. Ogni anno si eliminano dalla tavola i componenti secondo la probabilità di morte $q_x$.

La funzione che ad ogni *x* intero associa $l_x$ è detta **funzione di sopravvivenza**, e rappresenta il numero di persone provenienti dall'ipotetico insieme iniziale di 100.000 nati vivi, che sopravvivono all'età precisa *x*.

I sopravviventi nell'intera tavola si ottengono, dal contingente iniziale $l_0$, nel modo seguente:

— i sopravviventi all'età 1 ($l_1$) si ottengono sottraendo a $l_0$ il prodotto tra $l_0$ e la probabilità $q_0$ che un individuo di età 0 ha di morire entro il primo compleanno; ossia:

$$l_1 = l_0 - l_0 q_0 = l_0(1 - q_0)$$

— i sopravviventi all'età 2 ($l_2$) si ottengono sottraendo a $l_1$ il prodotto tra $l_1$ e la probabilità $q_1$ che un individuo di età 1 ha di morire entro il secondo compleanno; ossia:

$$l_2 = l_1 - l_1 q_1 = l_1(1 - q_1)$$

— ...

— i sopravviventi all'età *x* ($l_x$) si ottengono sottraendo a $l_{x-1}$ il prodotto tra $l_{x-1}$ e la probabilità $q_{x-1}$ che un individuo di età *x* - 1 ha di morire entro l'*x* - esimo compleanno; ossia:

$$l_x = l_{x-1} - l_{x-1} q_{x-1} = l_{x-1}(1 - q_{x-1})$$

— i sopravviventi all'età *x* + 1 ($l_{x+1}$) si ottengono sottraendo a $l_x$ il prodotto tra $l_x$ e la probabilità $q_x$ che un individuo di età *x* ha di morire entro il compleanno *x* + 1; ossia:

$$l_{x+1} = l_x - l_x q_x = l_x(1 - q_x) \qquad (3.1)$$

— ...

### B) Decessi

Il numero di **decessi** $d_x$ (*d* dall'inglese *dead* = morto) in età compresa tra *x* e *x* + 1 si ottiene dalla differenza tra il numero $l_x$ di persone viventi di età *x* e il numero $l_{x+1}$ di persone che sono ancora in vita all'età *x* + 1; ossia:

$$d_x = l_x - l_{x+1}$$

in cui, sostituendo a $l_x$ e $l_{x+1}$ i corrispondenti valori in funzione delle probabilità di morte, si ha:

$$d_x = l_{x-1}(1 - q_{x-1}) - l_x (1 - q_x)$$
$$= l_{x-1} - l_{x-1}\, q_{x-1} - l_x + l_x q_x$$

e, poiché $l_x = l_{x-1} - l_{x-1} q_{x-1}$, attraverso un semplice passaggio si ha che:

$$d_x = l_x q_x$$

### C) Probabilità di sopravvivenza

La **probabilità di sopravvivenza**, in generale, rappresenta il complemento all'unità della probabilità di morte.

La probabilità $p_x$ che un individuo di età $x$ sopravviva all'età $x + 1$ è spesso indicata con l'espressione **probabilità di sopravvivenza per un anno**, ed è pari al rapporto tra il numero di individui, tra gli $l_x$ considerati, che sono ancora in vita all'età $x + 1$ e il numero di individui di età $x$, ossia:

$$p_x = \frac{l_{x+1}}{l_x}$$

Dalla (3.1) si ricava, appunto, che tale rapporto è pari a $1 - q_x$.

Sia $l_{x+n}$ il numero di viventi all'età $x + n$, tra gli $l_x$ considerati, la probabilità ${}_np_x$ che un individuo di età $x$ sopravviva $n$ anni si ottiene applicando il *principio delle probabilità composte*, ed è data dal prodotto della probabilità che l'individuo ha di raggiungere l'età $x + 1$ per la probabilità che, avendo età $x + 1$, ha di raggiungere l'età $x + 2$..., per la probabilità che, in quanto di età $x + n - 1$, ha di raggiungere l'età $x + n$; in simboli:

$${}_n p_x = p_x \cdot p_{x+1} \cdot p_{x+2} \cdot \ldots \cdot p_{x+n-1}$$

ossia:

$${}_n p_x = \frac{l_{x+1}}{l_x} \cdot \frac{l_{x+2}}{l_{x+1}} \cdot \frac{l_{x+3}}{l_{x+2}} \cdot \ldots \cdot \frac{l_{x+n}}{l_{x+n-1}}$$

che, attraverso successive semplificazioni, è pari a:

$${}_n p_x = \frac{l_{x+n}}{l_x}$$

Ovviamente, al crescere di $n$ la probabilità di sopravvivenza ${}_np_x$ decresce, fino all'età estrema $\omega$, che è tale per cui ${}_{\omega-x}p_x = 0$

### D) Anni vissuti

Gli **anni vissuti** $L_x$ ($L$ dall'inglese *life* = vita) tra il compleanno $x$ e $x + 1$ dagli individui, $l_x$, che hanno raggiunto l'età $x$, assumono la seguente espressione analitica:

$$L_x = l_{x+1} + k_x d_x$$

in cui $l_{x+1}$ sono i sopravviventi all'età $x + 1$, mentre $k_x$ indica la frazione di anno vissuta tra i due compleanni dai $d_x$ individui deceduti in età $x$. Tale frazione si pone spesso pari ad 1/2, ossia, si assume che ciascuno di essi abbia vissuto 6 mesi; in simboli:

$$L_x = l_{x+1} + \frac{1}{2} d_x$$

che, attraverso semplici passaggi, diviene:

$$L_x = \frac{l_{x+1} + l_{x+1}}{2}$$

ed è pari, quindi, alla media aritmetica tra $l_x$ e $l_{x+1}$.

In realtà, assumere $k_x$ pari a 1/2 equivale a commettere un errore soprattutto per la mortalità infantile per la quale si dimostra che essa, generalmente, oscilla tra 0,01 e 0,09; infatti, la maggior parte dei decessi nel primo anno si addensa intorno alle prime settimane di vita.

Per calcolare in modo preciso $k_x$ occorrerebbe conteggiare il numero di giorni vissuti in media e rapportarlo a 365.

Tale funzione descrive una **popolazione stazionaria** per la quale le condizioni di natalità e di mortalità sono costanti, vale a dire che il numero dei nati $N$ coincide con il numero dei morti $M$, per cui ogni anno si verifica l'uguaglianza:

$$N = M = l_0$$

ossia, la popolazione è caratterizzata da un tasso di incremento nullo.

Si può affermare che $L_x$ rappresenta la struttura per età di una popolazione stazionaria **associata** ad una tavola di mortalità. Della consistenza numerica e della struttura per età di tale popolazione ci occuperemo diffusamente nel corso del capitolo nono.

### E) Serie retrocumulata degli anni vissuti

La **serie retrocumulata** $T_x$ ($T$ dall'inglese *total* = totale) degli anni vissuti rappresenta il numero di anni che saranno vissuti dagli $l_x$ sopravviventi di età $x$, ed è data da:

$$T_x = L_x + L_{x+1} + L_{x+2} + \ldots + L_{\omega-1} \tag{3.2}$$

### F) Probabilità di morte

A questo punto, utilizzando analoga simbologia, si può esplicitare l'espressione analitica della probabilità di morte tra l'età $x$ e l'età $x + 1$ in una tavola di mortalità:

$$q_x = 1 - p_x = 1 - \frac{l_{x+1}}{l_x}$$

ossia:

$$q_x = \frac{l_x - l_{x+1}}{l_x} = \frac{d_x}{l_x}$$

ed è pari, quindi, al rapporto tra i decessi in età $x$ e i sopravviventi all'età $x$.

La **probabilità di morte entro *n* anni** (indicata con ${}_{/n}q_x$), ossia la probabilità che un individuo di età $x$ muoia entro l'età $x + n$ è pari a:

$$ {}_{/n}q_x = 1 - {}_{n}p_x = 1 - \frac{l_{x+n}}{l_x} $$

ossia:

$$ {}_{/n}q_x = \frac{l_x - l_{x+n}}{l_x} $$

## G) Speranza di vita

La durata residua della vita di un individuo di età $x$ è una variabile casuale continua che può assumere valori da 0 a $\omega - x$. Per agevolare i calcoli, ciascuna frazione di anno è arrotondata a 1/2 anno, per cui la vita residua di un individuo di età $x$ è espressa da una variabile casuale discreta che assume i valori seguenti con rispettive probabilità:

| **Eventi** | $\frac{1}{2}$ anno | $\left(1+\frac{1}{2}\right)$ anno | $\left(2+\frac{1}{2}\right)$ anni | … | $\left(\omega - x - 1 + \frac{1}{2}\right)$ anni |
|---|---|---|---|---|---|
| **Probabilità** | $q_x$ | ${}_{1/1}q_x$ | ${}_{2/1}q_x$ | … | ${}_{\omega-x-1/1}q_x$ |

Tabella 2

La **speranza di vita** o **vita media** $e_x$ (*e* dall'inglese *expectation* = aspettativa) di un individuo è il valore medio di tale variabile casuale e rappresenta il **numero medio di anni** che gli restano da vivere; la sua espressione analitica è la seguente:

$$ e_x = \frac{1}{2} q_x + \left(1 + \frac{1}{2}\right) {}_{1/1}q_x + \left(2 + \frac{1}{2}\right) {}_{2/1}q_x + \ldots + \left(\omega - x - 1 + \frac{1}{2}\right) {}_{\omega-x-1}q_x $$

Sostituendo alle probabilità i corrispondenti valori in funzione del numero di sopravviventi si ha che:

$$ e_x = \frac{1}{2}\frac{l_x - l_{x+1}}{l_x} + \left(1 + \frac{1}{2}\right)\frac{l_{x+1} - l_{x+2}}{l_x} + \left(2 + \frac{1}{2}\right)\frac{l_{x+2} - l_{x+3}}{l_x} + \ldots + \left(\omega - x - 1 + \frac{1}{2}\right)\frac{l_{\omega-1}}{l_x} $$

che, attraverso semplificazioni, è uguale a:

$$ e_x = \frac{1}{2} + \frac{l_{x+1} + l_{x+2} + \ldots + l_{\omega-1}}{l_x} \qquad (3.3) $$

Essendo $L_x = \frac{l_x + l_{x+1}}{2}$, la (3.3) può essere scritta in maniera equivalente:

$$e_x = \frac{\frac{1}{2}\left(l_x + l_{x+1}\right) + \frac{1}{2}\left(l_{x+1} + l_{x+2}\right) + \ldots}{l_x}$$

ossia:

$$e_x = \frac{L_x + L_{x+1} + \ldots + L_{\omega-1}}{l_x}$$

e, ricordando la (3.2), essa è pari a:

$$e_x = \frac{T_x}{l_x} \tag{3.4}$$

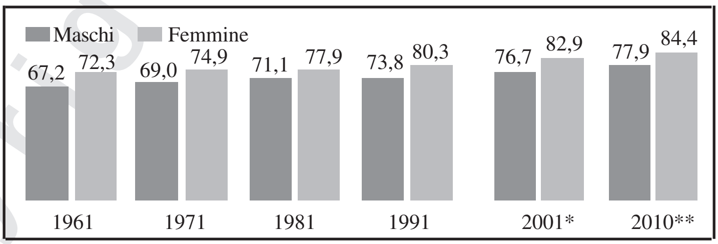
Se $x = 0$, allora $e_0$ rappresenta la **speranza di vita alla nascita**, ossia il numero medio di anni che vivrà ogni individuo appartenente alla generazione ed è pari a:

$$e_0 = \frac{T_0}{l_0}$$

e, poiché, $T_0 = L_0$ si ha che:

$$e_0 = \frac{L_0}{l_0}$$

La figura seguente riporta i valori della speranza di vita alla nascita per il nostro paese relativamente a diversi anni:




*stime ** previsioni

Figura 5.3 - *Fonte*: ISTAT

**H) Vita probabile**

La **vita probabile** di un individuo di età $x$ è il numero $\tau_x$ di anni tale che la probabilità che l'individuo sopravviva all'età $x + \tau_x$ sia pari a $\frac{1}{2}$; in simboli:

$${}_{\tau_x}p_x = \frac{l_{x+\tau_x}}{l_x} = \frac{1}{2}$$

per cui $\tau_x$, che dipende strettamente da $x$, si deduce dalla relazione appena data.

La vita probabile bipartisce, quindi, la distribuzione di mortalità tra l'età $x$ e l'età $\omega$, ne costituisce, cioè, la mediana, e per questo è detta **età mediana alla morte**. Considerato un certo numero ($l_x$) di individui di età $x$, metà di essi morirà prima di compiere $x + \tau_x$ anni, l'altra metà morirà dopo aver compiuto $x + \tau_x$ anni.

| Tavola di mortalità della popolazione italiana - Anno 1999 - Maschi - Italia | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Età $x$ | Sopravviventi $l_x$ | Decessi $d_x$ | Probabilità di morte (per mille) 1.000 $q_x$ | Anni vissuti $L_x$ | Probabilità prospettive di sopravvivenza $p_x$ | Speranza di vita $e_x$ |
| 0 | 100.000 | 568 | 5,68 | 99.466 | 0,9995 | 75,97 |
| 1 | 99.432 | 30 | 0,30 | 99.417 | 0,9997 | 75,4 |
| 2 | 99.403 | 25 | 0,26 | 99.390 | 0,9998 | 74,43 |
| 3 | 99.377 | 21 | 0,22 | 99.366 | 0,9998 | 73,44 |
| 4 | 99.356 | 18 | 0,18 | 99.347 | 0,9998 | 72,46 |
| 5 | 99.337 | 16 | 0,16 | 99.329 | 0,9999 | 71,47 |
| 6 | 99.321 | 14 | 0,14 | 99.314 | 0,9999 | 70,49 |
| 7 | 99.307 | 13 | 0,13 | 99.300 | 0,9999 | 69,5 |
| 8 | 99.294 | 13 | 0,13 | 99.287 | 0,9999 | 68,5 |
| 9 | 99.281 | 13 | 0,13 | 99.274 | 0,9999 | 67,51 |
| 10 | 99.268 | 14 | 0,14 | 99.261 | 0,9999 | 66,52 |
| 11 | 99.254 | 15 | 0,15 | 99.246 | 0,9998 | 65,53 |
| 12 | 99.238 | 18 | 0,18 | 99.229 | 0,9998 | 64,54 |
| 13 | 99.220 | 24 | 0,24 | 99.208 | 0,9997 | 63,55 |
| 14 | 99.196 | 31 | 0,32 | 99.181 | 0,9996 | 62,57 |
| 15 | 99.165 | 41 | 0,42 | 99.144 | 0,9995 | 61,59 |
| 16 | 99.124 | 53 | 0,54 | 99.097 | 0,9994 | 60,61 |
| 17 | 99.071 | 65 | 0,66 | 99.038 | 0,9993 | 59,65 |
| 18 | 99.006 | 76 | 0,77 | 98.967 | 0,9992 | 58,68 |
| 19 | 98.929 | 87 | 0,88 | 98.886 | 0,9991 | 57,73 |
| 20 | 98.842 | 94 | 0,95 | 98.795 | 0,9990 | 56,78 |
| 21 | 98.748 | 99 | 1,00 | 98.699 | 0,9990 | 55,83 |
| 22 | 98.650 | 102 | 1,03 | 98.599 | 0,9990 | 54,89 |
| 23 | 98.548 | 101 | 1,03 | 98.498 | 0,9990 | 53,94 |
| 24 | 98.447 | 98 | 0,99 | 98.398 | 0,9990 | 53 |
| 25 | 98.349 | 94 | 0,96 | 98.302 | 0,9991 | 52,05 |
| 26 | 98.255 | 92 | 0,93 | 98.209 | 0,9991 | 51,1 |
| 27 | 98.164 | 91 | 0,93 | 98.118 | 0,9991 | 50,15 |
| 28 | 98.072 | 93 | 0,95 | 98.026 | 0,9990 | 49,19 |
| 29 | 97.979 | 98 | 1,00 | 97.930 | 0,9990 | 48,24 |
| 30 | 97.881 | 101 | 1,03 | 97.831 | 0,9989 | 47,29 |
| 31 | 97.780 | 106 | 1,08 | 97.727 | 0,9989 | 46,34 |
| 32 | 97.674 | 110 | 1,13 | 97.619 | 0,9989 | 45,39 |
| 33 | 97.564 | 111 | 1,13 | 97.509 | 0,9989 | 44,44 |
| 34 | 97.454 | 111 | 1,14 | 97.398 | 0,9988 | 43,49 |
| 35 | 97.343 | 116 | 1,19 | 97.285 | 0,9988 | 42,54 |
| 36 | 97.227 | 119 | 1,23 | 97.167 | 0,9987 | 41,59 |
| 37 | 97.107 | 126 | 1,30 | 97.044 | 0,9987 | 40,64 |
| 38 | 96.981 | 132 | 1,36 | 96.915 | 0,9986 | 39,69 |
| 39 | 96.849 | 141 | 1,45 | 96.779 | 0,9985 | 38,74 |
| 40 | 96.708 | 149 | 1,54 | 96.634 | 0,9984 | 37,8 |
| 41 | 96.559 | 160 | 1,65 | 96.480 | 0,9983 | 36,86 |
| 42 | 96.400 | 171 | 1,78 | 96.314 | 0,9982 | 35,92 |
| 43 | 96.228 | 182 | 1,90 | 96.137 | 0,9980 | 34,98 |
| 44 | 96.046 | 196 | 2,05 | 95.948 | 0,9978 | 34,04 |
| 45 | 95.849 | 218 | 2,28 | 95.740 | 0,9976 | 33,11 |

*Segue*

| Età $x$ | Sopravviventi $l_x$ | Decessi $d_x$ | Probabilità di morte (per mille) 1.000 $q_x$ | Anni vissuti $L_x$ | Probabilità prospettive di sopravvivenza $p_x$ | Speranza di vita $e_x$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 46 | 95.631 | 245 | 2,57 | 95.508 | 0,9973 | 32,19 |
| 47 | 95.386 | 274 | 2,87 | 95.249 | 0,9970 | 31,27 |
| 48 | 95.112 | 303 | 3,19 | 94.960 | 0,9967 | 30,36 |
| 49 | 94.808 | 326 | 3,44 | 94.645 | 0,9964 | 29,45 |
| 50 | 94.482 | 359 | 3,80 | 94.303 | 0,9961 | 28,55 |
| 51 | 94.123 | 377 | 4,01 | 93.935 | 0,9958 | 27,66 |
| 52 | 93.746 | 415 | 4,42 | 93.539 | 0,9953 | 26,77 |
| 53 | 93.331 | 469 | 5,02 | 93.097 | 0,9946 | 25,89 |
| 54 | 92.863 | 532 | 5,73 | 92.597 | 0,9940 | 25,01 |
| 55 | 92.330 | 585 | 6,34 | 92.038 | 0,9932 | 24,16 |
| 56 | 91.745 | 663 | 7,23 | 91.414 | 0,9924 | 23,31 |
| 57 | 91.082 | 719 | 7,90 | 90.723 | 0,9917 | 22,47 |
| 58 | 90.363 | 780 | 8,63 | 89.973 | 0,9910 | 21,65 |
| 59 | 89.583 | 844 | 9,43 | 89.161 | 0,9902 | 20,83 |
| 60 | 88.738 | 902 | 10,17 | 88.287 | 0,9894 | 20,03 |
| 61 | 87.836 | 967 | 11,01 | 87.352 | 0,9883 | 19,23 |
| 62 | 86.869 | 1072 | 12,34 | 86.333 | 0,9869 | 18,43 |
| 63 | 85.797 | 1190 | 13,87 | 85.201 | 0,9853 | 17,66 |
| 64 | 84.606 | 1307 | 15,45 | 83.953 | 0,9837 | 16,9 |
| 65 | 83.299 | 1432 | 17,19 | 82.583 | 0,9818 | 16,16 |
| 66 | 81.867 | 1567 | 19,14 | 81.084 | 0,9798 | 15,43 |
| 67 | 80.300 | 1714 | 21,34 | 79.443 | 0,9777 | 14,72 |
| 68 | 78.586 | 1838 | 23,39 | 77.667 | 0,9753 | 14,03 |
| 69 | 76.748 | 1992 | 25,95 | 75.752 | 0,9727 | 13,36 |
| 70 | 74.757 | 2150 | 28,75 | 73.682 | 0,9696 | 12,7 |
| 71 | 72.607 | 2324 | 32,01 | 71.445 | 0,9663 | 12,06 |
| 72 | 70.283 | 2493 | 35,48 | 69.036 | 0,9626 | 11,44 |
| 73 | 67.789 | 2671 | 39,40 | 66.454 | 0,9590 | 10,85 |
| 74 | 65.118 | 2779 | 42,67 | 63.729 | 0,9551 | 10,27 |
| 75 | 62.339 | 2944 | 47,23 | 60.867 | 0,9505 | 9,71 |
| 76 | 59.395 | 3083 | 51,91 | 57.854 | 0,9462 | 9,16 |
| 77 | 56.312 | 3148 | 55,91 | 54.738 | 0,9425 | 8,64 |
| 78 | 53.164 | 3149 | 59,23 | 51.589 | 0,9380 | 8,12 |
| 79 | 50.015 | 3247 | 64,92 | 48.391 | 0,9309 | 7,6 |
| 80 | 46.768 | 3443 | 73,61 | 45.046 | 0,9193 | 7,09 |
| 81 | 43.325 | 3831 | 88,42 | 41.410 | 0,9053 | 6,61 |
| 82 | 39.494 | 4016 | 101,68 | 37.486 | 0,8936 | 6,21 |
| 83 | 35.478 | 3963 | 111,71 | 33.497 | 0,8845 | 5,85 |
| 84 | 31.515 | 3778 | 119,87 | 29.626 | 0,8777 | 5,53 |
| 85 | 27.737 | 3468 | 125,04 | 26.003 | 0,8707 | 5,21 |
| 86 | 24.269 | 3255 | 134,10 | 22.642 | 0,8599 | 4,88 |
| 87 | 21.015 | 3090 | 147,05 | 19.469 | 0,8464 | 4,56 |
| 88 | 17.924 | 2891 | 161,26 | 16.479 | 0,8328 | 4,26 |
| 89 | 15.034 | 2621 | 174,37 | 13.723 | 0,8188 | 3,98 |
| 90 | 12.412 | 2353 | 189,58 | 11.236 | 0,8039 | 3,72 |
| 91 | 10.059 | 2053 | 204,06 | 9.033 | 0,7886 | 3,47 |
| 92 | 8.007 | 1767 | 220,66 | 7.123 | 0,7714 | 3,23 |

*Segue*

| Età $x$ | Sopravviventi $l_x$ | Decessi $d_x$ | Probabilità di morte (per mille) $1.000\ q_x$ | Anni vissuti $L_x$ | Probabilità prospettive di sopravvivenza $p_x$ | Speranza di vita $e_x$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 93 | 6.240 | 1491 | 238,89 | 5.495 | 0,7527 | 3,01 |
| 94 | 4.749 | 1227 | 258,39 | 4.136 | 0,7325 | 2,8 |
| 95 | 3.522 | 985 | 279,73 | 3.029 | 0,7109 | 2,6 |
| 96 | 2.537 | 767 | 302,21 | 2.154 | 0,6880 | 2,41 |
| 97 | 1.770 | 577 | 325,97 | 1.482 | 0,6640 | 2,24 |
| 98 | 1.193 | 419 | 350,77 | 984 | 0,6391 | 2,08 |
| 99 | 775 | 292 | 376,54 | 629 | 0,6132 | 1,93 |
| 100 | 483 | 195 | 403,19 | 386 | 0,5866 | 1,79 |
| 101 | 288 | 124 | 430,63 | 226 | 0,5586 | 1,67 |
| 102 | 164 | 76 | 460,32 | 126 | 0,5291 | 1,55 |
| 103 | 89 | 43 | 490,46 | 67 | 0,4994 | 1,44 |
| 104 | 45 | 23 | 520,47 | 33 | 0,4699 | 1,34 |
| 105 | 22 | 12 | 550,09 | 16 | 0,4409 | 1,25 |
| 106 | 10 | 6 | 579,08 | 7 | 0,4126 | 1,18 |
| 107 | 4 | 2 | 607,20 | 3 | 0,3852 | 1,11 |
| 108 | 2 | 1 | 634,26 | 1 | 0,3588 | 1,05 |
| 109 | 1 | 0 | 660,07 | 0 | 0,3337 | 0,99 |
| 110 | 0 | 0 | 684,48 | 0 | 0,3092 | 0,94 |
| 111 | 0 | 0 | 710,94 | 0 | 0,2834 | 0,89 |
| 112 | 0 | 0 | 736,07 | 0 | 0,2590 | 0,84 |
| 113 | 0 | 0 | 759,80 | 0 | 0,2359 | 0,81 |
| 114 | 0 | 0 | 782,08 | 0 | 0,2142 | 0,77 |
| 115 | 0 | 0 | 802,91 | 0 | 0,1939 | 0,74 |
| 116 | 0 | 0 | 822,30 | 0 | 0,1750 | 0,71 |
| 117 | 0 | 0 | 840,28 | 0 | 0,1574 | 0,69 |
| 118 | 0 | 0 | 856,89 | 0 | 0,1412 | 0,66 |
| 119 | 0 | 0 | 872,19 | 0 | 0,1262 | 0,64 |

| Tavola di mortalità della popolazione italiana - Anno 1999 - Femmine - Italia | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Età x | Sopravviventi $l_x$ | Decessi $d_x$ | Probabilità di morte (per mille) 1.000 $q_x$ | Anni vissuti $L_x$ | Probabilità prospettive di sopravvivenza $p_x$ | Speranza di vita $e_x$ |
| 0 | 100.000 | 487 | 4,86668 | 99.542 | 0,99953 | 82,14 |
| 1 | 99.513 | 37 | 0,36707 | 99.495 | 0,99969 | 81,54 |
| 2 | 99.477 | 26 | 0,26174 | 99.464 | 0,99977 | 80,57 |
| 3 | 99.451 | 19 | 0,19187 | 99.441 | 0,99983 | 79,59 |
| 4 | 99.432 | 15 | 0,14847 | 99.424 | 0,99986 | 78,61 |
| 5 | 99.417 | 13 | 0,13314 | 99.410 | 0,99987 | 77,62 |
| 6 | 99.404 | 13 | 0,12592 | 99.397 | 0,99988 | 76,63 |
| 7 | 99.391 | 12 | 0,11611 | 99.385 | 0,99989 | 75,64 |
| 8 | 99.380 | 11 | 0,10599 | 99.374 | 0,9999 | 74,65 |
| 9 | 99.369 | 10 | 0,09647 | 99.364 | 0,9999 | 73,65 |
| 10 | 99.360 | 10 | 0,09784 | 99.355 | 0,9999 | 72,66 |
| 11 | 99.350 | 11 | 0,10903 | 99.344 | 0,99988 | 71,67 |
| 12 | 99.339 | 13 | 0,12666 | 99.333 | 0,99986 | 70,68 |
| 13 | 99.326 | 15 | 0,14981 | 99.319 | 0,99984 | 69,68 |
| 14 | 99.311 | 17 | 0,16834 | 99.303 | 0,99982 | 68,7 |
| 15 | 99.295 | 18 | 0,18524 | 99.286 | 0,9998 | 67,71 |
| 16 | 99.276 | 22 | 0,21682 | 99.266 | 0,99977 | 66,72 |
| 17 | 99.255 | 25 | 0,25188 | 99.242 | 0,99973 | 65,73 |
| 18 | 99.230 | 28 | 0,28302 | 99.216 | 0,99971 | 64,75 |
| 19 | 99.202 | 29 | 0,29166 | 99.187 | 0,99971 | 63,77 |
| 20 | 99.173 | 29 | 0,28835 | 99.159 | 0,99971 | 62,79 |
| 21 | 99.144 | 29 | 0,29035 | 99.130 | 0,99971 | 61,8 |
| 22 | 99.115 | 29 | 0,29352 | 99.101 | 0,9997 | 60,82 |
| 23 | 99.086 | 30 | 0,29997 | 99.072 | 0,9997 | 59,84 |
| 24 | 99.057 | 30 | 0,30099 | 99.042 | 0,9997 | 58,86 |
| 25 | 99.027 | 29 | 0,29036 | 99.012 | 0,99971 | 57,88 |
| 26 | 98.998 | 29 | 0,29549 | 98.983 | 0,99969 | 56,89 |
| 27 | 98.969 | 32 | 0,32026 | 98.953 | 0,99967 | 55,91 |
| 28 | 98.937 | 34 | 0,33922 | 98.920 | 0,99965 | 54,93 |
| 29 | 98.904 | 36 | 0,36456 | 98.886 | 0,99962 | 53,94 |
| 30 | 98.868 | 38 | 0,3893 | 98.848 | 0,9996 | 52,96 |
| 31 | 98.829 | 41 | 0,41148 | 98.809 | 0,99957 | 51,98 |
| 32 | 98.788 | 44 | 0,44593 | 98.766 | 0,99954 | 51,01 |
| 33 | 98.744 | 48 | 0,48317 | 98.720 | 0,99951 | 50,03 |
| 34 | 98.697 | 49 | 0,5011 | 98.672 | 0,99948 | 49,05 |
| 35 | 98.647 | 53 | 0,53486 | 98.621 | 0,99944 | 48,08 |
| 36 | 98.594 | 57 | 0,58029 | 98.566 | 0,9994 | 47,1 |
| 37 | 98.537 | 61 | 0,62369 | 98.506 | 0,99935 | 46,13 |
| 38 | 98.476 | 66 | 0,67414 | 98.443 | 0,9993 | 45,16 |
| 39 | 98.409 | 72 | 0,73229 | 98.373 | 0,99923 | 44,19 |
| 40 | 98.337 | 79 | 0,80062 | 98.298 | 0,99916 | 43,22 |
| 41 | 98.259 | 86 | 0,87636 | 98.215 | 0,99907 | 42,25 |
| 42 | 98.172 | 96 | 0,97415 | 98.125 | 0,99899 | 41,29 |
| 43 | 98.077 | 103 | 1,0539 | 98.025 | 0,9989 | 40,33 |
| 44 | 97.973 | 113 | 1,14991 | 97.917 | 0,99878 | 39,37 |
| 45 | 97.861 | 125 | 1,28072 | 97.798 | 0,99864 | 38,42 |

*Segue*

| Età $x$ | Sopravviventi $l_x$ | Decessi $d_x$ | Probabilità di morte (per mille) 1.000 $q_x$ | Anni vissuti $L_x$ | Probabilità prospettive di sopravvivenza $p_x$ | Speranza di vita $e_x$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 46 | 97.735 | 140 | 1,43597 | 97.665 | 0,99848 | 37,47 |
| 47 | 97.595 | 157 | 1,60691 | 97.517 | 0,9983 | 36,52 |
| 48 | 97.438 | 175 | 1,79736 | 97.351 | 0,99814 | 35,58 |
| 49 | 97.263 | 188 | 1,92961 | 97.169 | 0,99798 | 34,64 |
| 50 | 97.075 | 205 | 2,10756 | 96.973 | 0,99784 | 33,71 |
| 51 | 96.871 | 214 | 2,20471 | 96.764 | 0,99774 | 32,78 |
| 52 | 96.657 | 223 | 2,30686 | 96.546 | 0,99759 | 31,85 |
| 53 | 96.434 | 242 | 2,51141 | 96.313 | 0,99733 | 30,92 |
| 54 | 96.192 | 272 | 2,82668 | 96.056 | 0,99704 | 30 |
| 55 | 95.920 | 296 | 3,09058 | 95.772 | 0,99672 | 29,08 |
| 56 | 95.624 | 331 | 3,46293 | 95.458 | 0,99642 | 28,17 |
| 57 | 95.293 | 352 | 3,69612 | 95.117 | 0,99619 | 27,27 |
| 58 | 94.940 | 372 | 3,91709 | 94.754 | 0,99588 | 26,36 |
| 59 | 94.569 | 409 | 4,32749 | 94.364 | 0,99551 | 25,47 |
| 60 | 94.159 | 439 | 4,66169 | 93.940 | 0,99513 | 24,57 |
| 61 | 93.720 | 476 | 5,08341 | 93.482 | 0,99467 | 23,69 |
| 62 | 93.244 | 520 | 5,57968 | 92.984 | 0,99411 | 22,81 |
| 63 | 92.724 | 575 | 6,20426 | 92.436 | 0,99344 | 21,93 |
| 64 | 92.148 | 638 | 6,92505 | 91.829 | 0,99264 | 21,06 |
| 65 | 91.510 | 713 | 7,79377 | 91.154 | 0,99173 | 20,21 |
| 66 | 90.797 | 794 | 8,74765 | 90.400 | 0,99075 | 19,36 |
| 67 | 90.003 | 878 | 9,75128 | 89.564 | 0,98977 | 18,53 |
| 68 | 89.125 | 954 | 10,70681 | 88.648 | 0,98869 | 17,71 |
| 69 | 88.171 | 1052 | 11,92668 | 87.645 | 0,9874 | 16,89 |
| 70 | 87.119 | 1158 | 13,28777 | 86.540 | 0,98594 | 16,09 |
| 71 | 85.962 | 1276 | 14,84562 | 85.324 | 0,9842 | 15,3 |
| 72 | 84.686 | 1421 | 16,77394 | 83.975 | 0,9822 | 14,52 |
| 73 | 83.265 | 1569 | 18,84324 | 82.481 | 0,97995 | 13,76 |
| 74 | 81.696 | 1738 | 21,27962 | 80.827 | 0,97721 | 13,02 |
| 75 | 79.958 | 1946 | 24,34291 | 78.984 | 0,97387 | 12,29 |
| 76 | 78.011 | 2182 | 27,96634 | 76.920 | 0,97054 | 11,58 |
| 77 | 75.829 | 2350 | 30,98828 | 74.655 | 0,96761 | 10,9 |
| 78 | 73.480 | 2486 | 33,83257 | 72.237 | 0,96436 | 10,24 |
| 79 | 70.994 | 2663 | 37,50992 | 69.662 | 0,95948 | 9,58 |
| 80 | 68.331 | 2983 | 43,65761 | 66.839 | 0,95129 | 8,93 |
| 81 | 65.348 | 3528 | 53,99412 | 63.583 | 0,94072 | 8,32 |
| 82 | 61.819 | 4010 | 64,86396 | 59.814 | 0,93108 | 7,76 |
| 83 | 57.809 | 4235 | 73,26071 | 55.692 | 0,92318 | 7,27 |
| 84 | 53.574 | 4321 | 80,65998 | 51.414 | 0,91654 | 6,8 |
| 85 | 49.253 | 4261 | 86,51424 | 47.122 | 0,90954 | 6,35 |
| 86 | 44.992 | 4264 | 94,78334 | 42.860 | 0,8998 | 5,91 |
| 87 | 40.727 | 4325 | 106,18932 | 38.565 | 0,88735 | 5,47 |
| 88 | 36.403 | 4364 | 119,87388 | 34.221 | 0,87357 | 5,06 |
| 89 | 32.039 | 4289 | 133,88428 | 29.894 | 0,85865 | 4,69 |
| 90 | 27.749 | 4161 | 149,96625 | 25.669 | 0,84299 | 4,33 |
| 91 | 23.588 | 3899 | 165,29430 | 21.638 | 0,82692 | 4,01 |
| 92 | 19.689 | 3592 | 182,41644 | 17.893 | 0,80921 | 3,7 |

*Segue*

| Età $x$ | Sopravviventi $l_x$ | Decessi $d_x$ | Probabilità di morte (per mille) 1.000 $q_x$ | Anni vissuti $L_x$ | Probabilità prospettive di sopravvivenza $p_x$ | Speranza di vita $e_x$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 93 | 16.097 | 3236 | 201,02629 | 14.479 | 0,78979 | 3,42 |
| 94 | 12.861 | 2851 | 221,71063 | 11.436 | 0,7686 | 3,15 |
| 95 | 10.010 | 2441 | 243,85609 | 8.789 | 0,74583 | 2,91 |
| 96 | 7.569 | 2027 | 267,80369 | 6.555 | 0,72206 | 2,68 |
| 97 | 5.542 | 1617 | 291,77759 | 4.733 | 0,69785 | 2,48 |
| 98 | 3.925 | 1243 | 316,79832 | 3.303 | 0,67268 | 2,29 |
| 99 | 2.682 | 919 | 342,72111 | 2.222 | 0,64671 | 2,13 |
| 100 | 1.762 | 651 | 369,37243 | 1.437 | 0,62011 | 1,97 |
| 101 | 1.111 | 441 | 396,55746 | 891 | 0,59364 | 1,84 |
| 102 | 671 | 283 | 422,61601 | 529 | 0,56765 | 1,71 |
| 103 | 387 | 174 | 449,21442 | 300 | 0,54119 | 1,6 |
| 104 | 213 | 102 | 476,22752 | 163 | 0,51439 | 1,5 |
| 105 | 112 | 56 | 503,53224 | 84 | 0,48735 | 1,4 |
| 106 | 55 | 29 | 531,00471 | 41 | 0,46021 | 1,31 |
| 107 | 26 | 15 | 558,51737 | 19 | 0,43308 | 1,23 |
| 108 | 11 | 7 | 585,94964 | 8 | 0,40608 | 1,16 |
| 109 | 5 | 3 | 613,18209 | 3 | 0,37931 | 1,09 |
| 110 | 2 | 1 | 640,10627 | 1 | 0,35375 | 1,03 |
| 111 | 1 | 0 | 663,30279 | 0 | 0,33104 | 0,99 |
| 112 | 0 | 0 | 685,77271 | 0 | 0,30904 | 0,94 |
| 113 | 0 | 0 | 707,44966 | 0 | 0,28784 | 0,9 |
| 114 | 0 | 0 | 728,27865 | 0 | 0,26746 | 0,86 |
| 115 | 0 | 0 | 748,22011 | 0 | 0,24795 | 0,83 |
| 116 | 0 | 0 | 767,24502 | 0 | 0,22934 | 0,8 |
| 117 | 0 | 0 | 785,33608 | 0 | 0,21163 | 0,77 |
| 118 | 0 | 0 | 802,48967 | 0 | 0,19484 | 0,74 |
| 119 | 0 | 0 | 818,71012 | 0 | 0,17894 | 0,72 |

## 4. RELAZIONE TRA PROBABILITÀ DI MORTE E TASSO SPECIFICO DI MORTALITÀ

È utile conoscere, e ne vedremo uno dei motivi nel paragrafo seguente, la relazione tra tasso di mortalità $m_x$ e probabilità di morte $q_x$.

I tassi specifici di mortalità per età sono espressi dalla seguente relazione:

$$m_x = \frac{d_x}{L_x}$$

e, siccome $d_x = l_x - l_{x+1}$, mentre $L_x = \frac{l_x + l_{x+1}}{2}$, $m_x$ assume la seguente espressione:

$$m_x = 2\frac{l_x - l_{x+1}}{l_x + l_{x+1}}$$

dividendo numeratore e denominatore del rapporto per $l_x$ si ha:

$$m_x = 2\frac{\frac{l_x - l_{x+1}}{l_x}}{\frac{l_x + l_{x+1}}{l_x}} \tag{4.1}$$

Il numeratore del rapporto rappresenta la probabilità di morte $q_x$, mentre il denominatore può essere scritto in questo modo:

$$\frac{l_x + l_{x+1}}{l_x} = 1 + \frac{l_{x+1}}{l_x} = 1 + 1 - q_x = 2 - q_x$$

per cui, la (4.1) diviene:

$$m_x = \frac{2q_x}{2 - q_x}$$

Esprimendo la relazione in funzione di $q_x$ si ha:

$$q_x = \frac{2m_x}{2 + m_x} \tag{4.2}$$

Pertanto, noto il tasso di mortalità $m_x$ è possibile calcolare, in maniera approssimata, la probabilità di morte $q_x$.

## 5. LA TAVOLA DI MORTALITÀ ABBREVIATA

Le **tavole di mortalità abbreviate** (o **ridotte**, secondo la dizione usata dall'ISTAT) sono costruite, per economia di costi, per insufficienza di dati sulla mortalità, anziché per singoli intervalli annuali d'età, per classi pluriannuali d'età (di solito si tratta di classi quinquennali).

Talvolta, si preferisce operare una suddivisione della prima classe in due, in modo che la prima sottoclasse creata — che va dalla nascita all'anno d'età — tenga conto della mortalità infantile (*cfr*. paragrafo seguente), che diverso peso assume nell'ambito del fenomeno generale della mortalità.

Sostanzialmente, le modalità di costruzione di siffatte tavole sono analoghe a quelle viste per le tavole di mortalità per intervalli annuali d'età, tuttavia, occorre fare delle precisazioni in merito alle espressioni analitiche delle funzioni biometriche che in esse compaiono.

In primo luogo, le probabilità di morte non sono calcolabili nel modo esposto, ma devono essere stimate ricorrendo alla relazione che le lega ai tassi specifici di mortalità per età. Pertanto, sia $\alpha$ l'ampiezza comune di ciascuna classe d'età, la (4.2), adattata ad intervalli pluriennali, diviene:

$$ {}_{\alpha}q_x = \frac{2 \cdot \alpha \cdot {}_{\alpha}m_x}{2 + \alpha \cdot {}_{\alpha}m_x} $$

in cui:
— ${}_{\alpha}q_x$ è la probabilità di morte tra i compleanni $x$ e $x + \alpha$;
— ${}_{\alpha}m_x$ è il tasso specifico di mortalità tra le età $x$ e $x + \alpha$.

Note le probabilità di morte ${}_{\alpha}q_x$ le funzioni $l_{x+\alpha}$, ${}_{\alpha}d_x$ e ${}_{\alpha}L_x$ si ottengono nel modo seguente:

— $l_{x+\alpha} = l_x\,(1 - {}_{\alpha}q_x)$;
— ${}_{\alpha}d_x = l_x - l_{x+\alpha}$;
— ${}_{\alpha}L_x = \alpha \dfrac{l_x + l_{x+\alpha}}{2}$

Le altre funzioni biometriche si calcolano usando le espressioni analitiche viste.

**Tavola di mortalità della popolazione italiana - Anno1999 - Maschi - Italia**

| Classi di di età $x$, $x+\alpha$ | Sopravviventi $l_x$ | Decessi $d_x$ | Probabilità di morte (per mille) 1.000 $q_x$ | Anni vissuti $L_x$ | Probabilità prospettive di sopravvivenza $p_x$ | Speranza di vita $e_x$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 0-4 | 100.000 | 663 | 6,63 | 496.986 | 0,9990 | 75,97 |
| 5-9 | 99.337 | 70 | 0,70 | 496.506 | 0,9992 | 71,47 |
| 10-14 | 99.268 | 103 | 1,03 | 496.125 | 0,9980 | 66,52 |
| 15-19 | 99.165 | 323 | 3,25 | 495.133 | 0,9957 | 61,59 |
| 20-24 | 98.842 | 493 | 4,99 | 492.990 | 0,9951 | 56,78 |
| 25-29 | 98.349 | 468 | 4,76 | 490.586 | 0,9949 | 52,05 |
| 30-34 | 97.881 | 539 | 5,50 | 488.085 | 0,9941 | 47,29 |
| 35-39 | 97.343 | 634 | 6,51 | 485.190 | 0,9924 | 42,54 |
| 40-44 | 96.708 | 859 | 8,88 | 481.512 | 0,9888 | 37,8 |
| 45-49 | 95.849 | 1.368 | 14,27 | 476.102 | 0,9819 | 33,11 |
| 50-54 | 94.482 | 2.151 | 22,77 | 467.469 | 0,9697 | 28,55 |
| 55-59 | 92.330 | 3.592 | 38,91 | 453.308 | 0,9511 | 24,16 |
| 60-64 | 88.738 | 5.439 | 61,30 | 431.127 | 0,9198 | 20,03 |
| 65-69 | 83.299 | 8.542 | 102,55 | 396.530 | 0,8684 | 16,16 |
| 70-74 | 74.757 | 12.417 | 166,10 | 344.345 | 0,7941 | 12,7 |
| 75-79 | 62.339 | 15.572 | 249,79 | 273.439 | 0,6841 | 9,71 |
| 80-84 | 46.768 | 19.030 | 406,91 | 187.065 | 0,5256 | 7,09 |
| 85-89 | 27.737 | 15.325 | 552,50 | 98.317 | 0,3766 | 5,21 |
| 90-94 | 12.412 | 8.890 | 716,25 | 37.022 | 0,2236 | 3,72 |
| 95-99 | 3.522 | 3.039 | 862,88 | 8.277 | 0,1013 | 2,6 |
| 100-104 | 483 | 461 | 955,19 | 838 | 0,0322 | 1,79 |
| 105-109 | 22 | 21 | 990,75 | 27 | 0,0070 | 1,25 |
| 110-114 | 0 | - | 998,74 | - | 0,0010 | 0,94 |
| 115-119 | 0 | - | 999,90 | - | 0,0001 | 0,74 |

| **Tavola di mortalità della popolazione italiana - Anno1999 - Femmine - Italia** | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Classi di di età $x, x+\alpha$ | Sopravviventi $l_x$ | Decessi $d_x$ | Probabilità di morte (per mille) 1.000 $q_x$ | Anni vissuti $L_x$ | Probabilità prospettive di sopravvivenza $p_x$ | Speranza di vita $e_x$ |
| 0-4 | 100.000 | 583 | 5,83077 | 497.366 | 0,99913 | 82,14 |
| 5-9 | 99.417 | 57 | 0,57749 | 496.932 | 0,99944 | 77,62 |
| 10-14 | 99.360 | 65 | 0,65152 | 496.654 | 0,99908 | 72,66 |
| 15-19 | 99.295 | 122 | 1,22802 | 496.197 | 0,9986 | 67,71 |
| 20-24 | 99.173 | 146 | 1,47231 | 495.503 | 0,99849 | 62,79 |
| 25-29 | 99.027 | 159 | 1,60886 | 494.755 | 0,9981 | 57,88 |
| 30-34 | 98.868 | 220 | 2,229 | 493.816 | 0,99735 | 52,96 |
| 35-39 | 98.647 | 310 | 3,14133 | 492.509 | 0,99608 | 48,08 |
| 40-44 | 98.337 | 476 | 4,84556 | 490.580 | 0,99372 | 43,22 |
| 45-49 | 97.861 | 785 | 8,02482 | 487.500 | 0,99006 | 38,42 |
| 50-54 | 97.075 | 1.155 | 11,90032 | 482.652 | 0,98511 | 33,71 |
| 55-59 | 95.920 | 1.761 | 18,35833 | 475.465 | 0,9773 | 29,08 |
| 60-64 | 94.159 | 2.649 | 28,13365 | 464.671 | 0,96285 | 24,57 |
| 65-69 | 91.510 | 4.391 | 47,98309 | 447.411 | 0,93683 | 20,21 |
| 70-74 | 87.119 | 7.162 | 82,20599 | 419.147 | 0,88861 | 16,09 |
| 75-79 | 79.958 | 11.627 | 145,41316 | 372.458 | 0,79832 | 12,29 |
| 80-84 | 68.331 | 19.078 | 279,19834 | 297.342 | 0,64795 | 8,93 |
| 85-89 | 49.253 | 21.504 | 436,595 | 192.662 | 0,47293 | 6,35 |
| 90-94 | 27.749 | 17.739 | 639,27579 | 91.115 | 0,281 | 4,33 |
| 95-99 | 10.010 | 8.247 | 823,92396 | 25.603 | 0,12966 | 2,91 |
| 100-104 | 1.762 | 1.651 | 936,6132 | 3.320 | 0,04654 | 1,97 |
| 105-109 | 112 | 110 | 983,53609 | 154 | 0,01228 | 1,4 |
| 110-114 | 2 | 2 | 996,97321 | 2 | 0,00242 | 1,03 |
| 115-119 | 0 | 0 | 999,54955 | 0 | 0,00038 | 0,83 |

## 6. ANALISI DELLA MORTALITÀ INFANTILE

Nell'analisi della mortalità un cenno a parte merita la mortalità nel primo anno di vita denominata **mortalità infantile**.

Il fenomeno della mortalità infantile è considerevolmente regredito nei paesi evoluti, tuttavia, quale indicatore delle condizioni di vita di un paese, esso costituisce tuttora, un aspetto fondamentale dell'analisi demografica.

Il **tasso di mortalità infantile** $m_0$ si ottiene rapportando i decessi in età 0 in un dato anno $M_{0,t}$ ai nati vivi nello stesso anno $N_t$, ed esprimendo tale rapporto in millesimi:

$$m_0 = \frac{M_{0,t}}{N_t} \cdot 1.000$$

In linea di principio la modalità di calcolo di tale tasso è contestabile in quanto al numeratore figurano decessi che non derivano precisamente dai nati al denominatore, infatti si tratta di un rapporto tra numero di morti di bambini nati in due anni successivi e nati vivi di un solo anno. Tuttavia, i morti al numeratore sono costituiti in misura percentuale elevata da nati nell'anno considerato e ciò evita una contraddizione in quanto notevole incidenza hanno i decessi nei primi giorni o settimane di vita.

Tra i vari metodi che consentono di migliorare la precisione del tasso bisogna annoverarne uno che non richiede dati su data di nascita, età e anno di morte del neonato, e che fa intervenire al denominatore le nascite di due anni consecutivi con coefficienti di ponderazione i cui valori dipendono dall'entità del fenomeno mortalità. Siano $M_0$ i decessi entro il primo compleanno in un dato anno, $N_0$ e $N_{-1}$ i nati vivi, rispettivamente, nell'anno considerato e nell'anno precedente, il tasso di mortalità assume la seguente espressione analitica:

$$\overline{m}_0 = \frac{M_0}{(1-\alpha)N_{-1} + \alpha N_0} \cdot 1.000$$

in cui il coefficiente $\alpha$ assume valori crescenti al crescere dei livelli di vita del paese con conseguente riduzione del livello della mortalità infantile.

Si utilizza, invece, **tasso di mortalità perinatale** $m_p$ quando la mortalità riguarda le prime epoche della nascita. Trattasi di un rapporto di derivazione in cui al numeratore figura la somma dei nati morti in quell'anno $(NM)_t$ e dei morti nella prima settimana ($M_{\text{prima settimana}, t}$) mentre al denominatore i nati dell'anno, ossia la somma dei nati vivi $(NV)_t$ e dei nati morti $(NM)_t$:

$$m_p = \frac{(NM)_t + M_{\text{prima settimana}, t}}{(NV)_t + (NM)_t}$$

Come già anticipato, la misura fornita da tale indicatore ha particolare importanza in paesi sviluppati in cui il fenomeno della mortalità infantile assume peso solo nelle prime settimane di vita.

Gli istituti di statistica provvedono a calcolare anche un altro tasso: il **tasso di natimortalità**. Si tratta del rapporto, espresso in millesimi, tra il numero di nati morti e il numero totale di nati.

La mortalità nelle prime settimane di vita è dovuta soprattutto a cause strutturali denominate **endogene** (prime tra tutte malformazioni e traumatismi), mentre in epoca successiva prevalgono cause cosiddette **esogene** (malattie infettive connesse all'ambiente).

La tabella seguente riporta i morti nel primo anno di vita per classi di età e i tassi di natimortalità, mortalità perinatale e di mortalità infantile in alcuni anni:

| ANNI | Morti nel primo anno di vita per classe di età | | | | | | | Tassi | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | Meno di 1 mese | | | | | | | | | |
| | Meno di 1 settimana | | | | | | | | | |
| | Meno di 1 g. | Da 1 a 6 g. | Totale meno di 1 settimana | Da 7 a 29 g. | Totale meno di 1 mese | Da 1 a 11 mesi | Totale meno di 1 anno | Nati mortalità | Mortalità perinatale | Mortalità infantile |
| **1994** | 1.031 | 947 | 1.978 | 604 | 2.582 | 854 | 3.436 | 4,3 | 8,1 | 6,5 |
| **1995** | 871 | 883 | 1.754 | 635 | 2.389 | 793 | 3.182 | 4,1 | 7,5 | 6,1 |
| **1996** | 877 | 904 | 1.781 | 601 | 2.382 | 773 | 3.155 | 4,1 | 7,5 | 6,0 |
| **1997** | 829 | 808 | 1.637 | 593 | 2.230 | 698 | 2.928 | 4,0 | 7,1 | 5,6 |

Tabella 3 - *Fonte*: Annuario Statistico Italiano 2002 (ISTAT)

Dalla tabella si evince la notevole incidenza delle morti nel primo giorno o settimana di vita sulle morti entro il primo anno di vita, e, inoltre, per fortuna, una riduzione dei tassi di natimortalità, mortalità perinatale e mortalità infantile con gli anni.